

# Avaliação dos novos limites de investimentos de ativos dos Regimes Próprios de Previdência Social estabelecidos pela Resolução CMN 3.922/2010

Alexandre Teixeira Damasceno<sup>1</sup>   
João Vinícius de França Carvalho<sup>2</sup> 

## Resumo

**Objetivo** – Verificar se os novos limites de investimentos dos Regimes Próprios de Previdência Social (RPPS) trazidos pela Resolução CMN 3.922/2010 oferecem condições para que se construam carteiras de investimentos com retornos capazes de atingir e superar metas atuariais dessas entidades.

**Referencial teórico** – Baseou-se na moderna Teoria do Risco Atuarial, cujo objetivo principal é avaliar (in)solvência de longo prazo de entidades securitárias e previdenciárias.

**Metodologia** – Utilizou-se modelo de ALM de otimização não linear estocástica com *mean-CVaR* para se construir as fronteiras eficientes relativas a cada tipo de Nível de Governança definido pela legislação. Em seguida, verificou-se se essas carteiras são suficientemente capazes de oferecer retornos esperados requeridos.

**Resultados** – Os resultados apontam que somente os níveis NIII e NIV de governança conseguiriam construir portfólios com retornos esperados capazes de atingir a meta atuarial. Isso só foi possível, contudo, no limite máximo de risco da fronteira eficiente.

**Implicações práticas e sociais da pesquisa** – Há evidências da necessidade de revisão dos parâmetros dos limites de investimento por parte dos órgãos competentes, uma vez que ajustes na legislação de investimentos dos RPPS podem trazer benefícios de *ordem social*, pois evitariam situações problemáticas de déficits atuariais dos RPPS que poderiam colocar em risco a capacidade de provimento de benefícios aos aposentados.

**Contribuições** – Este trabalho é o pioneiro a avaliar a (in)adequação normativa dos limites de alocação de ativos garantidores dos RPPS, usando a metodologia de otimização não linear *asset-only*.

**Palavras-chave** – Modelos de ALM; Regimes Próprios de Previdência Social; metas atuariais; modelos atuariais; políticas de investimentos.

1. Universidade de São Paulo, Departamento de Contabilidade e Atuária, São Paulo, Brasil
2. Universidade de São Paulo, Departamento de Contabilidade e Atuária, São Paulo, Brasil

## Como citar:

Damasceno, A. T.; Carvalho, J. V. F. (2021). Avaliação dos novos limites de investimentos de ativos dos Regimes Próprios de Previdência Social estabelecidos pela Resolução CMN 3.922/2010. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 23(4), p.728-743.

## Recebimento:

29/06/2020

## Aprovação:

18/01/2021

## Editor responsável:

Prof. Dr. Joelson Sampaio

## Avaliado pelo sistema:

Double Blind Review

## Revisores:

Elizabeth Borelli; Roberto Cazzari



**Revista Brasileira de Gestão de Negócios**

<https://doi.org/10.7819/rbgn.v23i4.4128>

## I Introdução

Um Regime Próprio de Previdência Social (RPPS) é um sistema previdenciário, estabelecido no âmbito de cada ente federativo – União, Estados, Distrito Federal e Municípios –, que assegure aos servidores titulares de cargo efetivo pelo menos os benefícios de aposentadoria e pensão por morte. Cada RPPS possui uma unidade gestora responsável por organizar a previdência dos servidores públicos, tanto daqueles em atividade como daqueles já em gozo de benefício (aposentados) e dos pensionistas, cujos benefícios estejam sendo pagos pelo ente federativo. Os principais objetivos que os RPPS possuem são a administração e gestão dos recursos e fundos previdenciários, o gerenciamento e a operacionalização do regime próprio, incluindo a concessão, o pagamento e a manutenção dos benefícios de seus participantes.

Atualmente, no Brasil, há 2.216 RPPS instituídos, que, em conjunto, possuem cerca de R\$ 277,33 bilhões (Dataprev, 2017), aproximadamente 4,07% do PIB do Brasil, de recursos investidos em ativos garantidores das provisões técnicas. O Conselho Monetário Nacional (CMN), pelas Resoluções nº 4.604/2017 e nº 4.695/2018, alterou a Resolução nº 3.922, 2010, definindo novos limites para as aplicações dos recursos dos RPPS. O período que antecedeu essas alterações foi marcado por inúmeros problemas de governança e ingerência que envolveram os fundos de pensão de estatais e os RPPS, amplamente noticiados pela imprensa.<sup>1</sup> Sob esse ambiente problemático, o novo normativo trouxe regras mais rígidas e restritivas de investimentos aos RPPS, podendo implicar redução significativa nas rentabilidades dos portfólios admissíveis.

Atualmente, pela Resolução nº 3.922, 2010 modificada, há quatro níveis de governança a que os RPPS podem aderir, representando diferentes graus de complexidade, desde o nível I, o mais simples, até o nível IV, o mais avançado. Para que um RPPS obtenha um determinado nível de governança é necessário que ele se qualifique e seja aprovado no programa Pró-Gestão da Secretaria de Previdência. Para atingir os níveis mais altos de governança (III e IV), deverá haver uma estrutura organizacional robusta, com maior número de técnicos e maior custo de manutenção do quadro de funcionários da unidade responsável pela gestão de investimentos do RPPS. Para cada um desses níveis foram estipuladas condições precedentes de governança a serem implementadas e comprovadas. Quanto maior o nível de governança dos RPPS, maiores serão os limites de investimentos que poderão assumir em ativos de riscos, como mostra a Tabela 1.

Essas mudanças regulatórias foram feitas em momento histórico de queda nas taxas de juros reais. Atualmente, os títulos públicos federais brasileiros oferecem taxas reais inferiores às metas atuariais dos RPPS. Os RPPS, portanto, precisarão buscar investimentos em ativos de risco que ofereçam maiores retornos para garantir o pagamento dos benefícios previdenciários pactuados. Dentre os ativos permitidos pela Resolução nº 3.922/2010 destacam-se os fundos de investimentos: de *renda fixa de crédito privado* (FI RF CP), os *multimercados* (FIM), em *ações* (FIA), de *participação* (FIP), *imobiliários* (FII), no *exterior* (FIM IE) e de *infraestrutura* (FIP-IE), que podem oferecer retornos superiores às taxas de metas atuariais, porém com mais risco.

A hipótese central do trabalho é que mesmo a flexibilização recente dos limites de investimentos atual dos RPPS (Tabela 1), perante o atual cenário de baixa taxa de juros, ainda não possibilita que os RPPS desempenhem resultados econômicos satisfatórios capazes de gerar portfólios que superem suas metas atuariais. Portanto, o objetivo deste trabalho é verificar se os novos limites de investimentos dos RPPS que alteraram a Resolução CMN 3.922/2010 oferecem condições para que os RPPS construam carteiras de investimentos diversificadas com retornos capazes de atingir e superar suas metas atuariais. Adicionalmente, o trabalho também visa mensurar a probabilidade de esses portfólios atingirem as metas atuariais. Assim, será possível compreender o *trade-off* entre o aumento de custo de implementação de políticas de governança *vis-à-vis* o benefício econômico e atuarial oferecido pelo aumento dos limites de investimentos em classes de ativos de risco.

## 2 Fundamentação teórica e literatura empírica

A gestão de ativos e passivos em entidades gestoras de planos de previdência (englobando tanto as Entidades Fechadas de Previdência Complementar quanto os RPPS) é um problema de escolhas de alocação intertemporal em longo prazo. Para isso, os modelos determinísticos são limitados para essa tarefa, pois as projeções econômicas e atuariais necessárias para se estimar os ativos e passivos são baseadas em parâmetros estáticos e, naturalmente, inadequadas para tratar incerteza de variáveis, como taxas de juros, inflação, crescimento dos salários, projeção de preços, taxas de mortalidade e outras variáveis econômicas e atuariais (Ribeiro, 2015; Valladão, 2008). Outro detalhe é que esses modelos não permitem o uso de ativos com fluxo de caixa incerto, como ativos de renda variável. Adicionalmente, as

Tabela 1 - Novos limites de investimento dos RPPS

LIMITES DA RESOLUÇÃO CMN 3922/2010		Res 3922	Limite PL RPPS											Limite PL do fundo				
TIPOS DE ATIVOS			Nível I			Nível II			Nível III			Nível IV						
RENDA FIXA	TÍTULOS PÚBLICOS	Títulos Públicos de emissão do TN (Selic)	7 I a	100%		100%		100%		100%		100%						
		Operações compromissadas	7 II	5%		5%		5%		5%		5%		5%				
	FUNDOS DE INVESTIMENTO	Fundos 100% Títulos Públicos	7 I b		100%		100%		100%		100%		100%					
		Fundos de índices carteira 100% Títulos Públicos	7 I c		100%		100%		100%		100%		100%					
		Fundos referenciados em indicadores RF*	7 III a		60%		65%		70%		75%		80%					15%
		Fundos de índices (ETF) em indicadores títulos	7 III b		60%		65%		70%		75%		80%					
		Fundos Renda fixa em geral*	7 IV a		40%		45%		50%		55%		60%					
		Fundos de Índices (ETF) – quaisquer Indicadores	7 IV b		40%		45%		50%		55%		60%					
	FUNDOS DE INVESTIMENTO	Fundos Renda fixa – Crédito Privado*	7 VII b	5%		10%		15%		20%		25%		30%		35%		5%
		FIDCs – Aberto ou Fechado – Cota Sênior**	7 VII a	5%	15%	5%	20%	10%	25%	15%	30%	20%	35%	20%	35%			5%
Fundos de debêntures de infraestrutura		7 VII c	5%		5%		10%		15%		20%		25%		30%		5%	
OUTROS	CDB ou Poupança nos limites garantidos pelo FGC	7 VI a	15%		15%		15%		15%		15%		15%		15%			
	Letra Imobiliária Garantida – LIG	7 V b	20%		20%		20%		20%		20%		20%		20%			
RENDA VARIÁVEL	FUNDOS DE INVESTIMENTO	Fundo de Ações – Índices c/ no mínimo 50 ações*	8 I a		30%		35%		40%		45%		50%		50%		15%	
		ETF (Índices c/ no mínimo 50 ações)	8 I b		30%		35%		40%		45%		50%		50%		15%	
		Fundos de Ações em geral*	8 II a		20%		25%		30%		35%		40%		40%			
		ETF (Índices em geral)	8 II b		20%		25%		30%		35%		40%		40%			
		Fundos Multimercado*	8 III	10%		10%		10%		10%		10%		10%		10%		5%
		FIPs (que atendam requisito governança)*; ***	8 IV a	5%		5%		20%	5%	20%	10%		20%	15%	20%	15%		5%
		FI Ações – Mercado de Acesso	8 IV c	5%		5%		5%		5%		10%		10%		10%		5%
		Fundo Imobiliário*; ****	8 IV b	5%		5%		5%		10%		15%		20%		20%		5%
EXTERIOR	FUNDOS	FIC e FIC FI – Renda Fixa – Dívida Externa	9 a I															
		FIC – Aberto - Investimento no Exterior	9 a II	10%		10%		10%		10%		10%		10%		10%		
		Fundos de Ações – BDR Nível I	9 a I															

Nota. \* Ativos crédito privado emitidos por instituição financeira ou sociedades abertas ou cotas sêniores de FIDC; não pode investir exterior. \*\* Gestor já tenha feito 10 ofertas públicas encerradas e liquidadas, que os RPPS participem somente até 50% do total cotas. \*\*\* Avaliação empresa independente; taxa performance após devolução capital; gestor participe c/ 5% e que já realizou nos últimos 10 anos, desinvestimento de 3 companhias. \*\*\*\* Limites de 5% do PL do RPPS e de 5% do PL do fundo não se aplicam para cotas integralizadas por imóveis. Limite válido para todos os fundos: recursos dos RPPS devem corresponder a até 20% do PL do fundo. Os totais de recursos de um RPPS devem corresponder no máximo a 5% do total de recursos da gestora ou administradora de carteira. Os RPPS somente poderão aplicar seus recursos em fundos de investimento em que figurarem, como administradora OU gestora, instituições autorizadas a funcionar pelo Banco Central do Brasil, obrigadas a instituir comitê de auditoria e comitê de riscos, nos termos das Resoluções CMN nº 3.198, de 2004, e nº 4557, de 2017.

Fonte: Res. CMN 3922/2010. Secretaria de Previdência do Ministério da Economia.



regulações sob as quais os fundos de pensão são submetidos impõem inúmeras de restrições na alocação de ativos com as quais os modelos determinísticos dificilmente conseguem lidar. Por isso, iniciou-se na década de 1990 o desenvolvimento de modelos de ALM estocásticos mais complexos e com maior controle sobre as variáveis envolvidas, fundamentais para fazer frente e lidar com esses desafios.

O desenvolvimento dos modelos de ALM não é recente. Leibowitz, Fabozzi e Sharpe (1992) fazem uma importante e abrangente revisão histórica dessa evolução. Os primeiros modelos de ALM voltados a fundos de pensão foram os *Dedication Models* (DM) e surgiram em um ambiente econômico de altas taxas de juros. Esses modelos eram determinísticos e tinham como principal objetivo construir um portfólio de títulos de renda fixa de menor preço possível, visando alocar para cada um dos fluxos de caixa do passivo um título de renda fixa com mesma data de vencimento. As principais vantagens desses modelos são: previsibilidade dos fluxos de caixa, redução de riscos de reinvestimento e de mercado, gestão passiva (menos custosa) e, finalmente, alocação de ativos mais simplificada (100% em títulos de renda fixa). Como desvantagens, têm: dificuldade de construção de portfólio (encontrar títulos com vencimentos adequados ao passivo), complexidade matemática dos modelos, necessidade de se projetar de forma precisa o passivo atuarial e eficiência econômica da estratégia que se limita a cenários de alta taxas de juros (Ryan, 2013).

O modelo DM é mais adequado em situações em que as taxas de juros do mercado são maiores do que as taxas das metas atuariais. Consequentemente, no atual cenário isso não se aplica ao Brasil. Os *Immunitation Models* (IM) passaram gradativamente a substituir os DM (Ryan, 2013). Essa nova geração de modelos IM tinha como objetivo construir carteiras de títulos de renda fixa com a maior rentabilidade possível sujeitos à restrição de que a duração<sup>ii</sup> e a convexidade<sup>iii</sup> do portfólio ótimo fossem iguais às do fluxo do passivo.

No Brasil, com o Plano Real ocorreu a estabilização da inflação, possibilitando que as projeções atuariais fossem mais precisas e confiáveis. Com isso, os modelos de ALM começaram, com mais frequência, a ser experimentados pelos investidores institucionais. Saad e Ribeiro (2004), por exemplo, utilizaram dois modelos da família IM e um modelo DM. Os modelos IM em sua primeira versão utilizaram modelos de otimização de carteiras com restrições de *duration* e, posteriormente, incluíram também a restrição de *convexity*. Para mitigar as limitações do modelo determinístico em lidar com a variabilidade de cenários futuros, Saad e Ribeiro (2006) apresentaram

uma variante do DM, na qual os autores incluíram dois fatores de penalidade aplicados aos ativos: primeiro, de volatilidade, e segundo, de aversão a risco.

Alguns modelos de ALM tratam o passivo de forma determinística (parâmetros de entrada) e a modelagem estocástica se aplica sobre os retornos dos ativos e a curva de juros. Esses modelos são denominados método do ativo (*asset only method*). Na literatura também se observam os modelos que tratam tanto as variáveis dos ativos como as do passivo de forma aleatória, estabelecendo modelos estocásticos para simular comportamento dos retornos, crescimento de salário, inflação, taxa de juros e taxa de mortalidade, com o objetivo de se estimar o ativo e o passivo de forma estocástica (Dempster, Germano, Medova & Villaverde, 2003; Drijver, Haneveld & Van der Vlerk, 2002; Hurtado, 2008; Valladão, 2008; Ziemba, 2003).

Os modelos de ALM passaram a conjugar modelagem estocástica com técnicas de otimização sob cenários de incerteza, ou seja: modelos de tomada de decisão aplicados a cenários simulados que ajustam com mais precisão o comportamento das variáveis aleatórias dos ativos e dos passivos. Essas técnicas e métodos de otimização denominadas *stochastic linear programming* (SLP) passaram a ser aplicadas à gestão de ativos e passivos. Esse tipo de modelo possibilita a inclusão de regras e restrições complexas necessárias à implementação das situações reais que investidores encontram, fornecendo modelos mais precisos de ALM (Geyer & Ziemba, 2008; Hosseinzadeh & Consigli, 2017; Lauria & Consigli, 2017).

Para que os modelos de otimização fossem exequíveis e eficientes passou-se a focar em técnicas de redução da dimensionalidade dos dados, como a construção de cenários em árvores multinomiais. Os modelos de última geração passaram a utilizar técnicas, como a *decision support system* (DSS) em conjunto com SLP, para tratar a grande quantidade de variáveis, restrições e cenários (Dutta, Rao, Basu & Tiwari, 2019; Rao, Dutta & Basu, 2018). Uma aplicação interessante dos modelos de ALM com uso de SLP foi desenvolvida por Andongwisye, Torbjörn, Singull e Mushi (2018), na qual se avaliou um sistema previdenciário *pay-as-you-go* quanto a seu equilíbrio de longo prazo.

Ferstl e Weissensteiner (2011) desenvolveram um modelo de ALM utilizando SLP para construir portfólios ótimos que minimizam CVaR (*Conditional Value at Risk*) da diferença do valor de marcação a mercado entre o ativo e o passivo. O modelo estocástico utilizado para simular as realizações dos retornos das ações e das taxas de juros foi o vetor autorregressivo de ordem 1 – VAR(1) – e os parâmetros da curva de juros foram estimados pelo modelo

de Cox-Ingersoll-Ross (CIR). Já o fluxo do passivo foi tratado de forma determinística, de modo que o tratamento estocástico do artigo se restringe a parte do ativo.

Outro trabalho que usa o CVaR como restrição quantitativa de risco em ALM para fundos de pensão é o de Toukourou e Dufresn (2018). Eles utilizam duas restrições de risco do tipo CVaR: a primeira foi denominada *chance integrada de um período* (OICC); a segunda, *chance integrada multiperódica* (MICC). Os autores modelam de forma estocástica as variáveis do ativo (caixa, títulos, imóveis e ações) e do passivo (crescimento do salários), utilizando o modelo VAR baseado nos resultados obtidos por Kouwenberg (2001) e os fluxos como *inputs* para otimização do modelo SLP, tendo como restrições as medidas OICC e MICC. Embora as decisões ótimas (portfólios) do OICC e do MICC não sejam as mesmas, os custos totais são muito próximos, evidenciando que o MICC pode ser uma boa alternativa, por ser menos volátil.

No Brasil, a técnica SLP também tem sido aplicada em modelos de ALM estocástico para avaliar fundos de pensão no país. Oliveira, Filomena, Perlin, Lejeune e Macedo (2017) usaram equações diferenciais estocásticas (EDE) considerando *movimento browniano geométrico* (MBG) para a geração dos cenários de preço das ações, e para simular a estrutura de curva de juros foi usado o modelo CIR de reversão à média. Neste trabalho, tanto as regras regulatórias brasileiras de limite de investimento por ativo como a regulação de exigência mínima de razão de solvência (que determina que essa razão não pode ser inferior a 1 durante dois anos consecutivos) foram incorporadas por meio da inclusão de restrições no modelo de otimização. Os resultados sugerem que, nos cenários de taxas de juros declinantes (abaixo de 6% a.a.), os portfólios ótimos sugeridos pelo modelo ALM recomendam alocação maiores em ativos de renda variável (maiores do que 40%).

Para alcançar os objetivos deste trabalho, será utilizado o modelo de otimização de mean-CVaR como implementado em Ferstl e Weissensteiner (2011), para obter os portfólios ótimos que emularão cenários futuros verificando a hipótese de que essas carteiras são suficientemente rentáveis para atingir ou superar as metas atuariais. O modelo de otimização será implementado com dois tipos de restrições: (i) regulatórias, que contemplarão os limites de investimento por classe de ativo dado um nível de governança; e (ii) medidas de risco, cujo representante é o CVaR da carteira de ativos para um dado um nível de confiança  $\alpha$ . Adicionalmente, serão gerados cenários de preço para os ativos que possibilitarão simular a evolução das carteiras ótimas e medir as probabilidades

de os portfólios atingirem as metas atuariais ao longo do tempo. Para a simulação de preço dos ativos serão utilizadas equações diferenciais estocásticas (MBG).

### 3 Metodologia

Para este trabalho foram obtidas informações de quatro RPPS que se dispuseram a fornecer anonimamente seus fluxos do passivo atuarial, fluxos das receitas previdenciárias e metas atuariais. Dispondo dessas informações e do valor da carteira de investimento, pôde-se verificar se os RPPS estão em equilíbrio atuarial, ou seja, se seus ativos são suficientes para honrar os compromissos de pagamentos dos benefícios presentes e futuros. Sejam  $A_t^k$  e  $P_t^k$  respectivamente os fluxos resultantes da marcação a mercado ( $MtM^iv$ ) dos ativos e dos passivos do  $k$ -ésimo RPPS,  $k = 1, 2, 3, 4$ , medido no instante  $t$ , o equilíbrio atuarial é calculado pela razão de solvência definida por  $S_t^k = A_t^k / P_t^k$ . Para que  $S_t^k$  tenha sentido econômico, é necessário que os mesmos métodos de precificação incidam sobre  $A_t^k$  e  $P_t^k$ . Por isso, tanto  $A_t^k$  como  $P_t^k$  foram mensurados via  $MtM$ .

Destaca-se que os RPPS reconhecem contabilmente o valor do passivo descontado por uma taxa de juros fixa e igual a sua taxa de meta atuarial. Como implicação imediata, esse tratamento subestimar o valor do passivo sempre que as taxas das metas atuariais forem maiores do que as taxas de juros de mercado, fundamentais para a mensuração  $MtM$ .

Em relação a  $S_t^k$ , quando  $A_t^k = P_t^k$ , então a entidade está em equilíbrio atuarial. Se  $A_t^k > P_t^k$ , há superávit atuarial, e quando  $A_t^k < P_t^k$ , está apurado déficit atuarial. Dispondo dos fluxos do passivo atuarial é possível mensurar a *duration* de cada RPPS, que será denominado  $D_k$ .

Nos casos em que há déficit atuarial ( $A_t^k < P_t^k$ ),  $S_t^k$  pode ser interpretado como o percentual necessário para que  $A_t^k$  seja igual a  $P_t^k$ . Ou seja, que taxa adicional de retorno ( $i_t^k$ ) é necessária para que  $A_t^k$  (ativos) seja suficiente para satisfazer o equilíbrio atuarial. Algebricamente, como  $S_t^k \cdot A_t^k = P_t^k$ , e fazendo  $S_t^k = i_t^k$ , tem-se que  $i_t^k \cdot A_t^k = P_t^k$ , em que  $i_t^k$  é a taxa de retorno adicional necessária para atingir  $S_t^k = 1$ . Como  $i_t^k$  é uma taxa efetiva, é preciso transformá-la em uma taxa anual fazendo:  $y \cdot i_t^k = \left( (1 + i_t^k)^{1/D} - 1 \right)$ . Assim,  $y \cdot i_t^k$  será interpretado como a taxa de retorno adicional anual, que, composta em  $D$  anos, é equivalente à taxa efetiva  $i_t^k$ . Logo, a taxa de retorno requerida, denominada  $r_{t,k}^{portfólio\ ótimo}$ , a ser utilizada para a escolha do portfólio ótimo de um referido RPPS no instante  $t$ , será:

$$r_{t,k}^{portfólio\ ótimo} = \begin{cases} (1 + y \cdot i_t^k) \times (1 + MA_t^k) - 1, & \text{se } A_t^k < P_t^k \\ MA_t^k, & \text{se } A_t^k \geq P_t^k \end{cases} \quad (1)$$

em que  $MA_t^k$  é a taxa de meta atuarial (anual) do  $k$ -ésimo RPPS no instante  $t$ .

O modelo matemático de ALM escolhido para a construção dos portfólios ótimos será o modelo mean-CVaR, como definido na Equação (6), considerando o retorno requerido ao portfólio ótimo igual ao estabelecido pela Equação (1). O objetivo deste trabalho consiste em verificar se existe solução viável para a obtenção do portfólio ótimo, ou seja, se é possível construir um portfólio capaz de estabelecer carteiras com retorno igual ou superior a  $r_{t,k}^{\text{portfólio ótimo}}$ , respeitando as restrições de investimentos, impostas aos RPPS pela Resolução CMN nº 3922, 2010 e suas alterações. Caso sejam encontrados os portfólios ótimos que atendam às restrições de investimentos capazes de prover o retorno  $r_{t,k}^{\text{portfólio ótimo}}$  necessário ao equilíbrio atuarial, serão realizadas simulações de evolução da carteira ao longo do tempo, utilizando-se a geração de cenários futuros de preços dos ativos.

Com as simulações futuras para  $A_t^k$ , será possível obter estimativas da rentabilidade dos portfólios ótimos e, também, mensurar as probabilidades de essas carteiras atingirem o retorno esperado. Outra avaliação será a análise comparativa dos resultados considerando as imposições normativas e o espaço irrestrito de investimentos. Dessa maneira, os impactos das restrições de investimento poderão ser avaliados.

### 3.1 Medidas de risco

Uma medida de risco importante e muito utilizada em finanças é o *expected shortfall* (ES), que também é conhecido como *CVaR* (*condicional value at risk*). Essa medida é calculada como a média ponderada das perdas extremas, na cauda da distribuição *fdos* retornos de um portfólio com vetor de pesos  $w$ , além do quantil (de ordem  $\alpha$ ) estabelecido pelo *VaR*. O *CVaR* é definido (Krokhmal, Uryasev & Palmquist, 2001) por:

$$CVaR_\alpha(w, \zeta) = \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \int_{\xi \in \mathbb{R}} [f(w, \xi) - \zeta]^+ p(\xi) d\xi \quad (2)$$

A Equação (2) guarda uma relação intrínseca com o *VaR*, uma vez que:

$$CVaR_\alpha(w, \zeta) = \mathbb{E}[\xi | \xi \geq \zeta_\alpha(\xi)] = \mathbb{E}[\xi | \xi \geq VaR] \quad (3)$$

em que

$$\begin{cases} \zeta_\alpha(\xi) = VaR = \inf\{\zeta | \mathbb{P}(\xi \leq -\zeta) \geq \alpha\} \\ VaR = -z_\alpha \sqrt{w^T \Sigma w} \end{cases}$$

com o vetor de pesos  $w$  da alocação do portfólio,  $\Sigma$  representa a matriz de correlações lineares entre os ativos e  $z_\alpha$  é o quantil de ordem  $\alpha$  à esquerda de uma distribuição Normal (0,1).

É importante ressaltar que o *VaR* calculado pelo método paramétrico assume a premissa de que os retornos dos ativos seguem uma distribuição Normal e são estacionários de segunda ordem. No entanto, os retornos, quando estimados pelos dados de mercados, muitas vezes podem apresentar assimetria e elevada curtose, sobretudo em mercados mais voláteis. Além disso, o *VaR* é um quantil, não capturando os piores casos. A implicação imediata é de que as estimativas (*VaR*) do risco ficam subavaliadas. Essa é a razão básica pela qual o *CVaR* é uma medida mais adequada do que o *VaR*.

De modo análogo a Rockafellar e Uryasev (2000), o *CVaR* pode ser aproximado usando cenários, conforme a Equação (4):

$$\begin{aligned} CVaR_\alpha(w, \zeta) &= \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \int_{\xi \in \mathbb{R}} [f(w, \xi) - \zeta]^+ p(\xi) d\xi \\ &\approx \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{s=1}^S [f(w, \xi_s) - \zeta]^+ p_s \end{aligned} \quad (4)$$

em que  $f(w, \xi_s)$  é a função perda do portfólio e  $[f(w, \xi_s) - \zeta]^+$  denota o evento de excesso em relação ao quantil global  $\zeta$ .

O termo  $[f(w, \xi_s) - \zeta]^+ p_s$  da Equação (4) pode ser reduzido a:

$$\begin{aligned} [f(w, \xi_s) - \zeta]^+ &= z_s \\ z_s &\geq f(w, \xi_s) - \zeta \\ z_s &\geq 0 \end{aligned}$$

### 3.2 O problema de otimização

Neste trabalho, o problema de otimização a ser utilizado é análogo ao de Cho (2008). A definição matemática desse modelo de otimização de mean-CVaR é estabelecida por:

$$\text{minimizar } \zeta + (1 - \alpha)^{-1} \sum_{s=1}^S z_s p_s \quad (5)$$

$$\text{Sujeito a } \sum_{i=1}^n w_i = 1$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=0}^n w_i \mathbb{E}[\xi_i] &\geq R \\ z_s &\geq f(w, \xi_s) - \zeta \\ z_s &\geq 0 \end{aligned}$$

em que  $R$  é a meta atuarial de cada RPPS. A implementação e a discussão da otimização desse modelo são encontradas em Krokmal et al. (2001).

### 3.3 O espaço de restrições nos portfólios

O problema de otimização definido pelo conjunto de Equações (5) terá dois conjuntos de restrições. O primeiro conjunto é formado pelas restrições definidas pela legislação de investimento vigente para os RPPS, que, dependendo do nível de governança, estabelece limites mínimos e máximos de alocação para cada tipo de ativos. Desse modo, os limites de alocações dos ativos teriam restrições definidas por:

$$w_{G,n}^{min} \leq w_{G,n} \leq w_{G,n}^{max} \tag{6}$$

com  $G = 1, 2, 3 e 4$  – representando os níveis de governança dos RPPS –, e  $n = 1, 2, \dots, N$ , denotando a quantidade de ativos oferecidos para investimento.

Já o segundo conjunto refere-se às restrições da medida de risco definidas por um nível de confiança  $\alpha$  aplicado ao CVaR. Por premissa,  $\alpha$  será 95%, ou seja, os portfólios ótimos a serem selecionados serão os mais eficientes com medida de risco de CVaR<sub>95%</sub>.

### 3.4 Geração de cenários

Os cenários a serem gerados para cada instante de tempo  $t$  serão compostos pelas séries de preços dos  $N$  ativos simulados de forma correlacionadas. Para a geração dos preços dos ativos, serão utilizados os modelos de equações diferenciais estocásticas como apresentado em Oliveira (2018). Dessa forma, será adotado o modelo MBG para simular preço de ativos de renda variável. A estrutura de covariâncias dos ativos será estimada pela matriz de covariâncias amostrais  $\hat{\Sigma}$  das séries históricas de retornos dos ativos. Já os preços dos ativos modelados com EDE serão descritos por:

$$d\xi_{it} = \mu(\xi_{it}, t)dt + \sigma(\xi_{it}, t)dW_{it} \tag{7}$$

em que  $W_{it}$  é um processo de Wiener,  $N(0, \Delta)$ , com  $t < t + \Delta$ . Para a geração de preços de ativos correlacionados é necessário utilizar a estrutura de covariância dos resíduos dos retornos dos ativos, como apresentado em Dempster et al. (2003). A correlação entre dois ativos  $i$  e  $j$  é definida por:

$$dW_i \cdot dW_j = \rho_{ij}dt \tag{8}$$

com  $\rho_{ii} = 1$  para qualquer  $i$ . Sem perda de generalidade, serão apresentados os ativos de renda variável como  $\xi_{1t}$  e

os ativos de renda fixa de  $\xi_{2t}$ . Usando modelo MBG para simular os preços dos ativos de renda variável  $\xi_{1t}$  tem-se que:

$$d\xi_{1t} = \mu\xi_{1t}dt + \sigma\xi_{1t}dW_{1t} ,$$

e, sabendo que o modelo de MBG oferece uma solução fechada para se estimar o preço  $\xi_{1t}$  (Hirsa & Neftci, 2013) quando a distribuição subjacente é uma log-normal de média  $\mu$  e variância  $\sigma^2$ , o valor exato de  $\xi_{1t}$  é:

$$\xi_{1t} = \xi_{1(t-1)} e^{\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2\right)dt + \sigma\varepsilon\sqrt{dt}} \tag{9}$$

com  $\varepsilon \sim N(0,1)$ .

## 4 Análise de resultados

### 4.1 Dados

Para ajustar os modelos ALM são necessários dois principais grupos de dados: (a) os dados de mercado dos retornos dos ativos; e (b) os dados dos passivos atuariais dos RPPS. Os dados de retorno dos ativos foram obtidos de diversas fontes de dados, como [B]<sup>3</sup>, ([http://www.b3.com.br/pt\\_br/](http://www.b3.com.br/pt_br/)), ANBIMA ([https://www.anbima.com.br/pt\\_br/pagina-inicial.htm](https://www.anbima.com.br/pt_br/pagina-inicial.htm)), IBGE (<https://www.ibge.gov.br/>), BACEN (<https://www.bcb.gov.br/>), Bloomberg e CETIP (<https://www.bloomberg.com> e [http://www.b3.com.br/pt\\_br/](http://www.b3.com.br/pt_br/), recuperados em 30 de abril, 2021). Já os dados dos RPPS (tanto as posições de investimentos dos ativos garantidores das provisões matemáticas relacionados à concessão de benefícios quantos os fluxos futuros dos passivos atuariais) foram obtidos diretamente com os gestores. Foram efetuados contatos com quatro RPPS que cederam os dados para a execução deste trabalho, desde que seus nomes fossem mantidos em sigilo.

Utilizando as curvas de juros reais de longo prazo para calcular as taxas adicionais de retorno ( $i_t^k$ ), observa-se que as taxas anuais de desconto que vigoram no Brasil atualmente (3,7%), quando marcados a mercado os ativos e passivos, acentuam o *gap atuarial* dos RPPS. A Tabela 2 mostra as taxas  $i_t^k$  e  $r_{t,k}^{portfólio\ ótimo}$  calculadas para cada um dos RPPS que cederam as informações.

É possível perceber que, para três dos quatro RPPS, as taxas de desconto dos ativos e passivos são distintas, revelando a necessidade de se obter maiores taxas de retornos aos portfólios para compensar o efeito de déficit atuarial ( $A_t^k < P_t^k$ ). Assim, as análises comparativas subsequentes serão tomadas tendo como base as metas atuariais de 6% a.a., uma vez que todos os RPPS apresentam essa ordem de

grandeza para a diferença entre  $i_t^k$  e  $r_{t,k}^{\text{portfólio ótimo}}$ , de modo que as conclusões e os resultados ficam suficientemente generalizados.

A Tabela 3 apresenta o resumo dos ativos de mercado utilizados para representar as classes de investimentos permitidas pela legislação dos RPPS. Utilizaram-se como histórico os últimos cinco anos de cotações de preços e de taxas de juros, contados retrospectivamente a partir de 31/12/2019. Esses dados foram usados para calcular os retornos anuais e estimar a estrutura de dependência entre os ativos de mercado.

**Tabela 2 - Taxas de retorno anuais Adicional  $y_t^k$  e Retorno alvo  $r_{t,k}^{\text{portfólio ótimo}}$**

	Taxa adicional de retorno $i_t^k$	Retorno alvo $r_{t,k}^{\text{portfólio ótimo}}$
RPPS 1	0,00%	6,00%
RPPS 2	5,34%	11,66%
RPPS 3	1,61%	7,71%
RPPS 4	1,30%	7,38%

Nota. Informações cedidas pelos gestores dos RPPS.

Pela Tabela 3, é possível verificar que a classe de ativos de Renda Variável – ativos alocáveis em Bolsa (IBovespa), Fundos Imobiliários (Ifix), Fundos de Participação (FIP) e Bolsa no Exterior (MSCI\_W) – apresentam média de retornos e dispersão maiores do que a classe de ativos de Renda Fixa, representados pelo Títulos Públicos Federais (Imab), Crédito (IDA\_DI e IDA\_IPCA) e Fundos Multimercado Institucional (IFM\_I). Esse comportamento era esperado de acordo com a teoria clássica de finanças, que preconiza a relação positiva entre risco e retorno.

A Tabela 4 mostra que o MSCI World é a classe de ativos com maior correlação negativa com as demais – ou seja, é o ativo que mais diversifica risco.

Como no mercado brasileiro não há *benchmark* para representar a classe de investimento em *private equity*<sup>9</sup> (PE), utilizaram-se os resultados apresentados por Minardi, Bortoluzzo e Moreira (2017) para se estimar a média e a volatilidade do retorno dessa classe de ativo. Neste trabalho, foram estimadas estatísticas descritivas sobre o desempenho e a duração de investimentos realizados por fundos de PE no Brasil no período de 1994 a 2014.

**Tabela 3 - Estatísticas descritivas dos ativos associados às classes de investimentos**

Ativos	Classes de investimento	Retorno anual					Desvio padrão	Taxa anual do período	Prêmio sobre o CDI
		Média	Med.	Min.	Máx.				
IMAB	Títulos Públicos Federais	12,82%	13,67%	-14,29%	27,34%	8,86%	16,29%	1,50%	
IDA_DI	Crédito indexado ao DI	10,61%	10,74%	5,41%	15,59%	2,62%	10,81%	0,75%	
IDA_IPCA	Crédito indexado ao IPCA	12,09%	12,44%	-3,08%	19,91%	4,77%	13,12%	1,57%	
IBOVESPA	Bolsa de Valores	6,29%	6,72%	-30,82%	56,30%	16,83%	19,57%	6,00%	
IFM_I	Fundos Multimercado Institucional	9,50%	9,75%	5,57%	32,05%	2,32%	10,01%	1,15%	
IFIX	Fundos Imobiliários	11,25%	11,57%	-27,01%	40,24%	13,79%	19,09%	4,00%	
IBX (PE)	Fundos Participação (FIP)	9,18%	8,75%	-28,55%	53,97%	14,45%	19,92%	11,00%	
MSCI_W	Investimento no Exterior	18,29%	19,57%	-22,62%	51,18%	13,99%	15,79%	5,28%	

Nota. Elaboração própria a partir dos registros históricos da Bloomberg.

**Tabela 4 - Matriz de correlação entre os ativos considerados na análise**

	Imab	IDA_DI	IDA_IPCA	IBov	IFM_I	Ifix	IBX (PE)	MSCI_W
<b>Imab</b>	100,00%	21,51%	93,63%	51,19%	41,74%	85,85%	47,83%	-51,45%
<b>IDA_DI</b>	21,51%	100,00%	28,70%	4,73%	91,96%	31,08%	-5,21%	-28,44%
<b>IDA_IPCA</b>	93,63%	28,70%	100,00%	29,11%	47,51%	84,86%	27,42%	-38,92%
<b>IBov</b>	51,19%	4,73%	29,11%	100,00%	9,01%	50,61%	97,20%	-63,70%
<b>IFM_I</b>	41,74%	91,96%	47,51%	9,01%	100,00%	46,38%	-1,13%	-23,33%
<b>Ifix</b>	85,85%	31,08%	84,86%	50,61%	46,38%	100,00%	52,72%	-45,73%
<b>IBX (PE)</b>	47,83%	-5,21%	27,42%	97,20%	-1,13%	52,72%	100,00%	-61,81%
<b>MSCI_W</b>	-51,45%	-28,44%	-38,92%	-63,70%	-23,33%	-45,73%	-61,81%	100,00%

Nota. Elaboração própria a partir dos registros históricos da Bloomberg.



O estudo adotou como medida de desempenho o *Multiple of Money* (MoM), calculado em BRL (reais) e deflacionado pelo IPCA; para a medida de duração dos investimentos, utilizaram o *holding period* em anos (diferença em anos entre a entrada e a saída dos investimentos).

De posse dessas estatísticas do MoM e do *holding period* dos investimentos de PE, calcularam-se as estatísticas do *internal rate of return* (IRR), por meio de uma aproximação utilizada em Minardi e Moreira (2014), conforme a Equação (10). Assim, estimaram-se a média e o desvio-padrão do IRR desses investimentos, que foram, respectivamente, iguais a 21,36% e 33,01%.

$$IRR = \left[ (MoM) \left( \frac{1}{Holding\ Period} \right) - 1 \right] \quad (10)$$

Optou-se por utilizar a série histórica do IBX (Índice Brasil), um índice de renda variável como *proxy* dos ativos de PE, porém com ajustes na volatilidade para os valores estimados por Minardi et al. (2017).

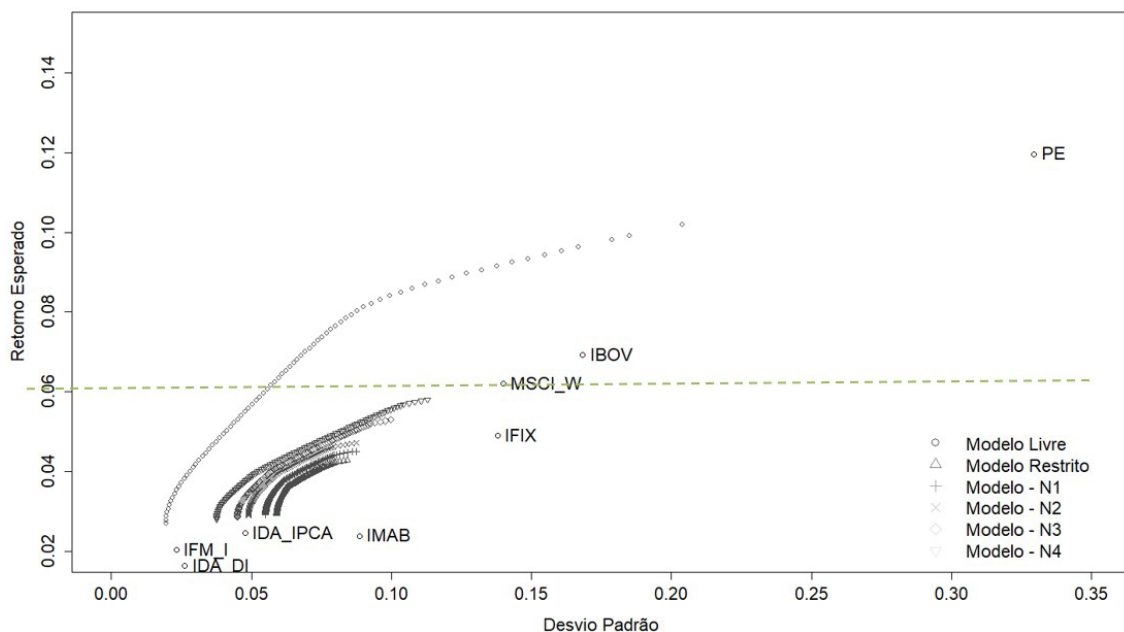
#### 4.2 Portfólios eficientes

Para a modelagem das fronteiras eficientes, como para a implementação do problema de otimização,

utilizou-se o software R versão 3.6.1. Para a obtenção dos portfólios eficientes, os parâmetros iniciais foram: (i) os limites de investimento trazidos na Tabela 1, que definem as restrições e limites de alocação para o RPPS; e (ii) os níveis NI, NII, NIII e NIV de governança. Pela norma, quanto maior o nível de governança, maiores são os limites de investimentos que os RPPS podem assumir em classes de ativos de riscos.

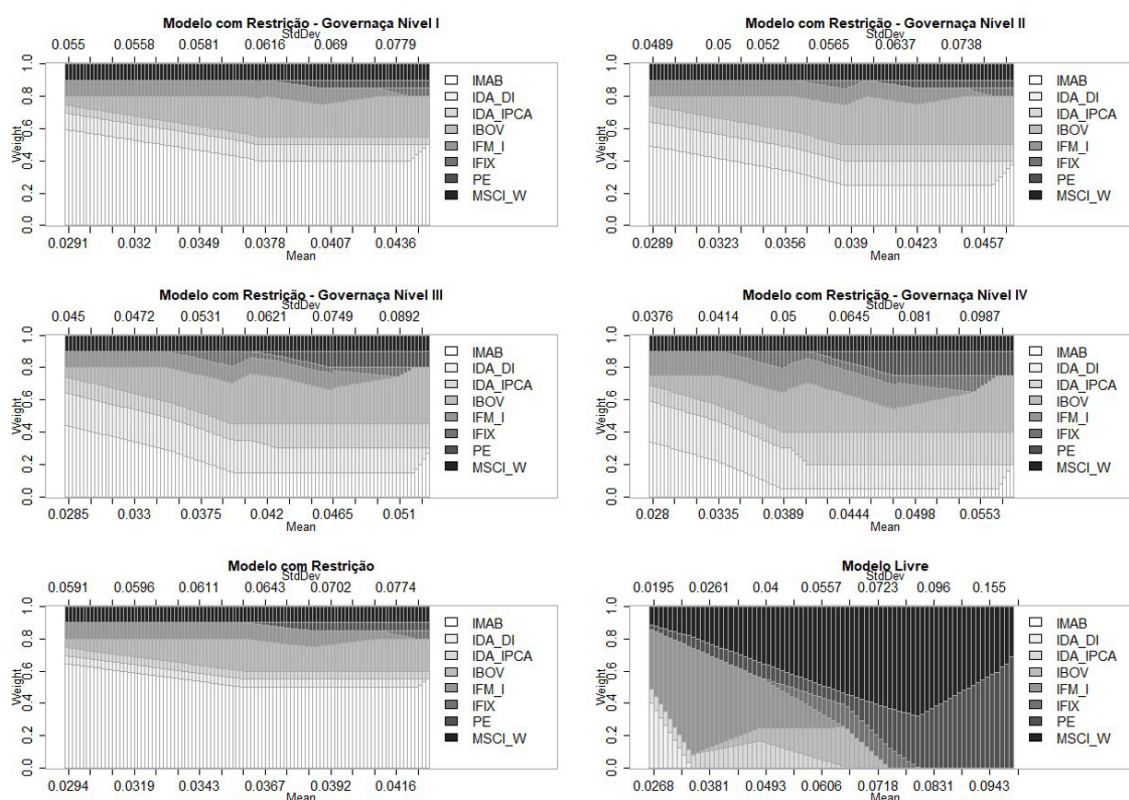
Adicionalmente, para fins de comparação, foi considerado um modelo denominado Modelo Livre, no qual seria possível alocar recursos livremente em todas as classes de investimento com limites de 0% a 100%, sem restrições. Como mencionado nas seções 3.2 e 3.3, o modelo de otimização implementado foi o modelo eficiente de mean-CVaR, segundo o problema de otimização dado pelo conjunto de equações 5. A Figura 1 mostra as fronteiras eficientes obtidas como resultados dos 6 modelos de otimização.

As ordenadas da Figura 1 são apresentadas na forma de taxa real de juros, com o intuito de facilitar a comparação com as metas atuariais dos RPPS, que também são juros reais. É importante notar que a alocação integral em alguns dos ativos é inadmissível para modelos restritos, por força legal, e todas as fronteiras apresentadas já consideram os limites estipulados para cada nível de governança.



**Figura 1.** Fronteiras eficientes para os juros reais dos modelos livre, padrão e dos quatro níveis de governança instituídos pela Resolução CMN 3.922/2010, considerando  $CVaR_{95\%}$ .

Fonte: elaboração própria.



**Figura 2.** Composição dos portfólios eficientes, para cada um dos seis modelos

Fonte: elaboração própria.

Para cada ponto das fronteiras eficientes é estabelecido um portfólio ótimo do qual se extrai o percentual de alocação em cada um dos ativos de risco. A Figura 2 traz essas alocações dos portfólios eficientes para cada uma das fronteiras obtidas pelos modelos de otimização dispostos na Figura 1. Pela Figura 2 é possível perceber que o Modelo Restrito (de menor limite de risco) obriga os RPPS a alocarem seus recursos de 70% a 80% em títulos públicos federais, fazendo que o retorno esperado fique bem abaixo da taxa das metas atuariais vigentes (inferior a 6% a.a.).

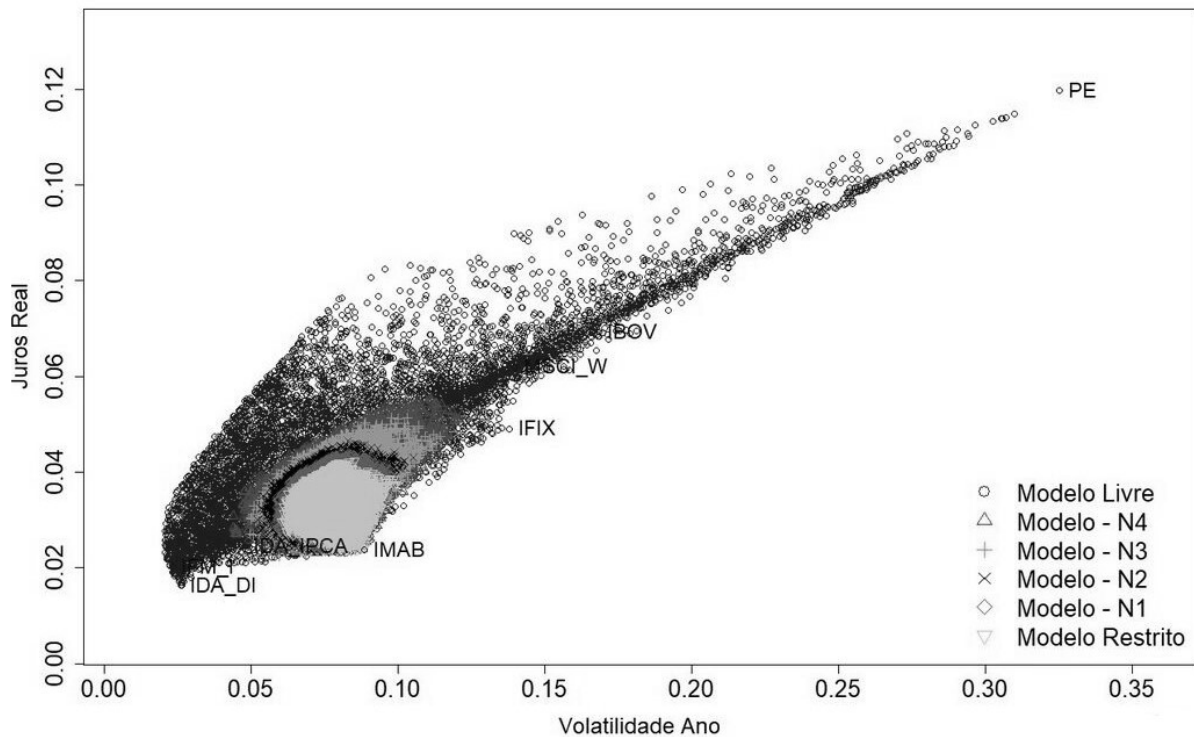
A Figura 3, que traz o retorno e o risco esperado de cada uma das 90.000 simulações de portfólios aleatórios para cada modelo, mostra evidências de que a atual regra de investimento (Resolução CMN 3.922/2010) restringe tanto os RPPS, especialmente os de níveis inferiores de governança, que eles não conseguem atingir o retorno necessário para alcançar suas metas atuariais. Dentre os portfólios simulados, somente 0,21% dos portfólios do Modelo Restrito NIV foram capazes de atingir o retorno esperado de 6% a.a., e no caso do Modelo Restrito NIII, nenhum portfólio foi capaz de atingir a meta. Mais ainda: mesmo os modelos com maiores limites de risco (maiores níveis de governança, níveis NIII e

NIV) só conseguem obter portfólios com retorno próximo à meta atuarial (6% a.a. em juros reais) se tomarem alocações de carteira com o maior nível de risco possível. Os demais modelos não conseguem oferecer alocações capazes de superar a rentabilidade da meta atuarial.

Analisando os valores de risco dos portfólios eficientes da Tabela 4, há um fato notável: o risco oferecido pelo portfólio do Modelo Livre é menos do que a metade do risco dos portfólios dos Modelos NIII e NIV, evidenciando que as restrições de investimento imprimem aos modelos de governança um risco que é, no mínimo, o dobro do Modelo Livre.

### 4.3 Viabilidade

A viabilidade dos portfólios está associada à capacidade de essas carteiras atingirem taxas reais de juros superiores a 6% a.a. De acordo com os resultados apresentados pelas Figuras 1 e 3, verifica-se que somente o Modelo Livre oferece diversidade de portfólios para atingir com facilidade essa meta de rentabilidade. Os Modelos NIII e NIV só conseguem alcançar o objetivo de retorno no limite máximo de risco de suas fronteiras.



**Figura 3.** Simulação de 90.000 portfólios aleatórios para os níveis NI, NII, NIII e NIV e os Modelos Livre e Restrito

Fonte: elaboração própria.

**Tabela 5 - Estatísticas dos portfólios dos Modelos Restritos NIII e NIV de governança e Modelo Livre que atingiram a meta atuarial de 6% a.a. de rentabilidade real**

	Portfólios		
	Modelo NIII	Modelo NIV	Modelo Livre
<b>Média</b>	5,32%	5,80%	6,06%
<b>Desvio padrão</b>	10,15%	11,22%	5,56%
<b>Imab</b>	30%	20%	0%
<b>IDA_DI</b>	0%	0%	0%
<b>IDA_IPCA</b>	15%	20%	6%
<b>IBov</b>	35%	35%	15%
<b>IFM_I</b>	0%	0%	12%
<b>Ifix</b>	0%	0%	9%
<b>PE</b>	10%	15%	10%
<b>MSCI_W</b>	10%	10%	48%

Fonte: elaboração própria.

Outra constatação interessante ao se analisar os dados da Tabela 5, que traz as informações da composição dos portfólios e as medidas de risco e retorno de cada portfólio, é que o Modelo Livre atinge retorno real de 6% a.a. com praticamente metade

da volatilidade (risco) dos Modelos NIII e NIV. Ou seja, as carteiras provenientes dos Modelos com restrições regulatórias NIII e NIV precisam se expor ao dobro de risco do Modelo Livre para oferecer o mesmo retorno esperado. Obviamente, o Modelo Livre é um modelo hipotético e teórico, além de possuir maior iliquidez alocando em ativos imobiliários e em FIP um percentual de 50%. Mas o exercício comparativo entre os portfólios fornece evidências de que a flexibilização dos limites de investimento das alocações dos RPPS, além de propiciar o atingimento das metas de retorno, também ofereceria aos RPPS a possibilidade de construir portfólios com menor exposição a risco.

Observando a alocação sugerida pelo Modelo Livre, chama a atenção a alocação de 48% na classe de ativo “investimentos no exterior”. Essa classe é a que mais diversifica o portfólio e, consequentemente, reduz o risco das carteiras. Esse é resultado das correlações negativas do retorno desses ativos mostrada na Tabela 4. Outros dois apontamentos são importantes. O primeiro é que a legislação atual permite investir 10% nessa classe de ativo (pequeno, diante dos resultados). O segundo é que a alocação dos RPPS do Brasil nessa classe, segundo relatório da Secretaria da Previdência,<sup>vi</sup> atualmente é menor do que 1%.

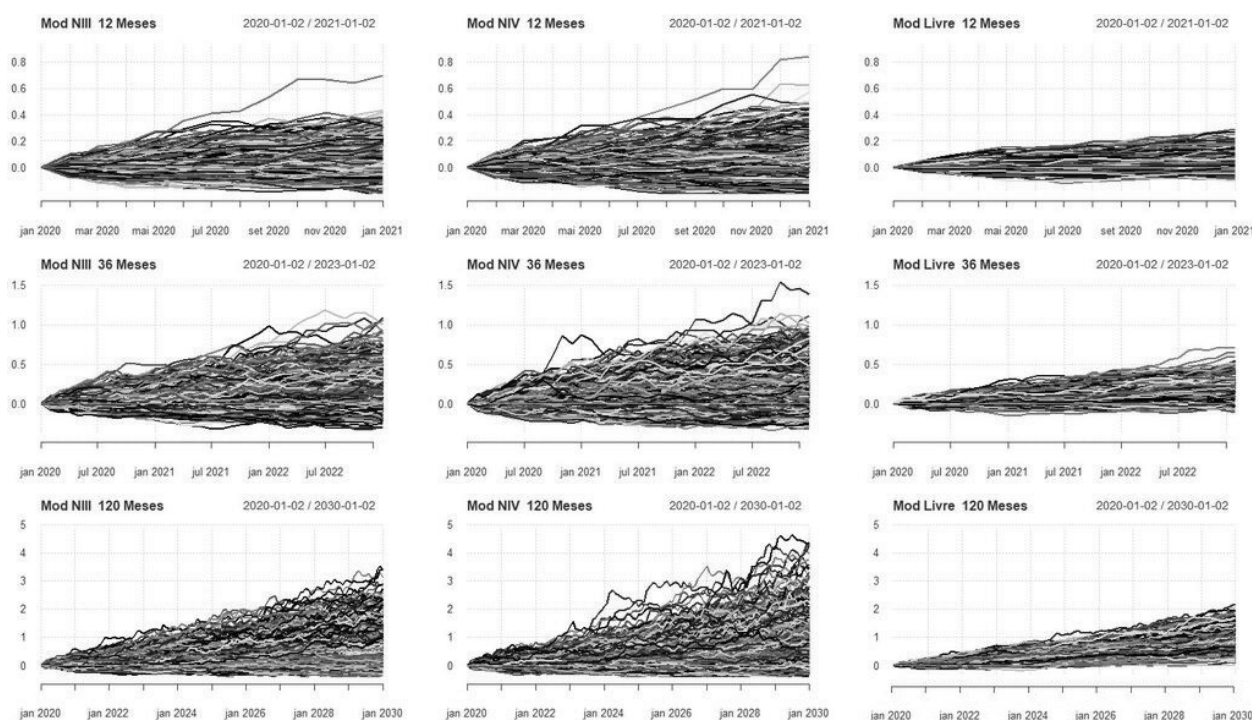
Geralmente, investimentos no exterior são realizados em moeda estrangeira e, quando há situações de crise ou grande incerteza na economia brasileira (como aumento de juros básicos, inflação, eventos relacionados a política, entre outros), a cotação do dólar tende a subir. Assim, quem possui investimentos indexados ao câmbio consegue auferir retornos que compensam as perdas em outros investimentos tradicionais, diversificando o portfólio.

#### 4.4 Comportamento e evolução histórica

Adotando os portfólios ótimos do Modelo Livre, Modelos Restritos NIII e NIV, são apresentados os resultados de comportamento da rentabilidade dessas carteiras ao tempo. Como apresentado na seção 3.4, foram utilizados os

modelos de equações diferenciais estocásticas para simular cenários de preços dos ativos de risco. Esses modelos para geração dos retornos e preços também foram implementados em R, assim como o algoritmo de realocação do portfólio. As realocações das carteiras foram programadas para ocorrer anualmente, o que emula as decisões de investimento das entidades, pois todo ano os RPPS revisam suas políticas de investimento. De posse desses conjuntos de dados, e das alocações percentuais dos portfólios ótimos, projetaram-se os resultados de rentabilidade das carteiras, considerando a realocação anual da carteira.

A Figura 4 traz o comportamento histórico da simulação de 1.000 cenários futuros dessas carteiras. É possível perceber que os portfólios no curto prazo



**Figura 4.** Simulação da evolução temporal futura dos portfólios ótimos dos Modelos Livre, NIII e NIV que atingiram rentabilidade real de 6% a.a., em horizontes de 1, 3 e 10 anos.

Fonte: elaboração própria.

**Tabela 6 - Probabilidades estimadas do desempenho futuro dos portfólios ótimos do Modelo Livre e Modelos Restritos NIII e NIV que atingiram 6% a.a. de juros reais**

Janela (em meses)	Probabilidade					
	Rentabilidade real do portfólio ser negativa ao final			Rentabilidade do portfólio ser superior a 6% a.a. de juros reais		
	Modelo NIII	Modelo NIV	Modelo Livre	Modelo NIII	Modelo NIV	Modelo Livre
12	0,342	0,359	0,153	0,463	0,450	0,516
36	0,214	0,233	0,038	0,418	0,445	0,485
120	0,064	0,068	0,000	0,381	0,429	0,515

Fonte: elaboração própria.

Tabela 7 - **Resumo dos resultados das 1.000 simulações de desempenho futuro dos portfólios (em %) do Modelo Livre e dos níveis NIII e NIV que atingiram 6% a.a. de juros reais**

Horizonte	Modelo NIII				Modelo NIV			
	Mín	Máx	Média	DP	Mín	Máx	Média	DP
12 meses	-25,68%	50,87%	5,47%	10,94%	-23,67%	84,56%	5,74%	12,95%
36 meses	-34,41%	116,80%	18,63%	22,46%	-31,37%	138,95%	19,52%	25,06%
120 meses	-36,25%	371,83%	71,95%	58,46%	-54,64%	436,30%	80,62%	70,35%

Fonte: elaboração própria.

trazem um enorme risco de gerar baixo retorno e até mesmo retornos negativos. Por meio da Tabela 6, nota-se que a probabilidade de a carteira ótima do Modelo Restrito NIII atingir rentabilidade negativa ao final de 12, 36 e 120 meses é respectivamente de 34,2%, 21,4% e 6,4%. Ou seja, essa é uma evidência do alto risco a que os RPPS ficariam expostos ao implementar essas alocações. O mesmo fato se verifica para o Modelo Restrito NIV.

No entanto, o Modelo Livre possui probabilidades de rentabilidade negativa iguais a 15,3%, 3,8% e 0,0%, ao final do período de 12, 36 e 120 meses, respectivamente, sempre muito inferiores aos valores apresentados para os Modelos Restritos NIII e NIV. Esse fato é esperado, uma vez que os limites de investimento vigentes impostos aos RPPS acabam gerando também maior volatilidade ao resultado.

A Tabela 7 traz as estatísticas e as magnitudes das rentabilidades resultantes da aplicação das alocações ótimas sob os cenários ao longo do tempo. Essa análise é interessante porque dá a dimensão do cenário de estresse a que as carteiras estariam expostas. Por exemplo, para os modelos NIII e NIV houve situações em que esses portfólios poderiam gerar retornos fortemente negativos, evidenciando a possibilidade de os RPPS apresentarem redução relevante de patrimônio.

Já para os retornos esperados dos portfólios, nota-se que, quanto maior o horizonte, maiores devem ser tanto o retorno acumulado quanto a medida de risco associada. Não deixa de ser interessante notar que o desvio padrão no modelo NIV – portfólio mais flexível – é sempre menor do que seu análogo para o NIII. Por outro lado, o Modelo Livre apresenta retornos esperados muito similares aos modelos com restrição legal NIII e NIV, tanto no curto como no longo prazo. Sua grande vantagem frente aos demais é, contudo, o nível de risco a que ele está sujeito: além de apresentar resultados negativos com menor magnitude, os desvios padrões são aproximadamente metade dos modelos restritos.

Diante dos resultados apresentados, e sob o atual cenário econômico de redução expressiva de taxas de juros reais proporcionado pelos ativos de renda fixa, verifica-se a grande necessidade de revisão da atual legislação em vigor para os limites de investimentos dos RPPS. Além de não possibilitar o atingimento das metas atuariais para o caso dos RPPS que não possuem qualquer nível de governança (Modelo Restrito), nem aos que possuem níveis NI e NII, mesmo para aqueles enquadrados como NIII e NIV, o risco de as entidades não conseguirem atingir as metas atuariais de curto prazo é elevado. Esse fato implica diversas consequências negativas contábeis e econômicas aos segurados dessas entidades, que podem não ter cobertas as expectativas de pagamento futuro de benefícios, justamente pela impossibilidade de as entidades conseguirem rentabilizar suficientemente seus ativos.

## 5 Considerações finais

A drástica mudança na estrutura da curva de taxa de juros que ocorreu recentemente no Brasil impactou de forma relevante e significativa os portfólios de investimentos dos RPPS. Por meio da resolução de um modelo de ALM, via problema de programação não linear, foi possível avaliar empiricamente a capacidade de os RPPS atingirem a meta atuarial de 6% a.a. de juros reais. Os resultados evidenciam que apenas os RPPS enquadrados como NIII e NIV de governança conseguiriam construir portfólios com retornos esperados capazes de fazer frente à meta atuarial de 6% a.a. Contudo, só puderam ser alcançados no limite da fronteira eficiente, em que o risco é o mais alto possível. A exposição a risco dessas carteiras é extremamente alta, podendo expor as entidades a situações de alta probabilidade de redução patrimonial, o que poderia gerar ou agravar déficits atuariais.

Os resultados obtidos evidenciam que, sob esse novo cenário econômico e financeiro, os atuais limites de investimentos dos RPPS não oferecem condições

satisfatórias para que se construam carteiras de investimentos suficientemente diversificadas com retornos capazes de atingir – e superar – as atuais metas atuariais. Dessa forma, há evidências de que é necessária por parte dos órgãos e autarquias competentes a revisão da Resolução CMN 3.922/2010 visando ao aumento dos limites de investimento das classes de ativos de risco. Por outro lado, é fundamental a adoção de boas práticas, políticas e processos que visem elevar a governança dos RPPS, pois quanto maior seu nível de governança, maiores serão suas chances de construir portfólios eficientes capazes de atingir suas metas atuariais.

Finalmente, não se deve entender este trabalho como uma defesa irrestrita de alavancagem dos fundos de investimentos, mas sim como compreensão do contexto econômico e social a que serve esse tipo de instituição. Os RPPS públicos são sistemas previdenciários dos entes federativos constituídos para gerenciar a concessão de benefícios previdenciários para prover renda a servidores idosos, quando eles se aposentarem. Por serem entidades que não possuem o lucro como objetivo precípuo, todas as consequências sobre os maus desempenhos financeiros recaem diretamente sobre os participantes. Assim, somente três possibilidades são viáveis: (i) ou se eleva a alíquota contributiva dos participantes ativos; ou (ii) os aposentados têm seus benefícios reduzidos (pela redução nominal no valor dos benefícios, ou pela contribuição na fase inativa); ou ainda (iii) o patrocinador – o tesouro público do ente federativo – tem de arcar com o prejuízo, redirecionando verba pública de outras áreas mais prioritárias para a sociedade. Não haveria outra saída.

## Notas

i Uma matéria abrangente sobre o assunto pode ser recuperada em: <https://www.valor.com.br/financas/5684331/cvm-aperta-cerco-regimes-de-previdencia-dos-estados>. Acesso em: 19 de abril de 2019.

ii Duração (duration) é a primeira derivada do valor presente em função da variável taxa de juros. É um indicador utilizado para mensurar a sensibilidade do valor de um título às variações da taxa de juros no mercado.

iii Convexidade (convexity) é um indicador da curvatura do valor presente em função da taxa de juros. Sua obtenção é pela segunda derivada do valor presente em relação a variações na taxa de juros, dividido pelo valor presente.

iv Marcação a mercado é o valor corrente de um ou mais valores futuros e seu cálculo é efetuado descontando o fluxo de valores futuros por taxas de juros de mercado.

v Private Equity é uma classe de investimento alternativa

que investe em empresas não listadas em bolsa pública. PE é composta por fundos (FIP) e investidores que investem diretamente em empresas privadas ou que se envolvem em aquisições de empresas públicas. Investidores institucionais e de varejo fornecem o capital para os fundos de PE, e esse capital pode ser utilizado para financiar crescimento e novas tecnologias, fazer aquisições, expandir capital de giro e reforçar e solidificar um balanço patrimonial.

vi Recuperado de <http://www.previdencia.gov.br/dados-abertos/estatisticas-e-informacoes-dos-rpps/>

## Referências

Andongwisye, J., Torbjörn, L., Singull, M., & Mushi, A. (2018). Asset liability management for Tanzania pension funds by stochastic programming. *Afrika Statistika*, 13(3), 1733–1758. doi:10.16929/as/1733.13.

Cho, W. N. (2008). *Robust portfolio optimization using conditional value at risk*. London, UK: Imperial College London.

DATAPREV (Ed.) (2017). *Anuário estatístico da previdência social: 2017*, 24. Recuperado de <http://sa.previdencia.gov.br/site/2019/04/AEPS-2017-abril.pdf>

Dempster, M. A. H., Germano, M., Medova, E. A., & Villaverde, M. (2003). Global asset liability management. *British Actuarial Journal*, 9(01), 137-195. doi: 10.1017/S1357321700004153

Drijver, S. J., Haneveld, W. K., & van der Vlerk, M. H. (2002). ALM model for pension funds: numerical results for a prototype model. (SOM Research Reports; No. A44). University of Groningen, SOM

Dutta, G., Rao, H. V., Basu, S., & Tiwari, M. K. (2019). Asset liability management model with decision support system for life insurance companies: Computational results. *Computers and Industrial Engineering*, 128, 985-998. doi:10.1016/j.cie.2018.06.033

Ferstl, R., & Weissensteiner, A. (2011). Asset-liability management under time-varying investment opportunities. *Journal of Banking and Finance*, 35(1), 182-192. doi:10.1016/j.jbankfin.2010.07.028

Geyer, A., & Ziemba, W. T. (2008). The innovest Austrian pension fund financial planning model InnoALM. *Operations Research*, 56(4), 797-810. doi:10.1287/opre.1080.0564

Hirsa, A., & Neftci, S. N. (Ed.) (2013). *An Introduction to the mathematics of financial derivatives* (3rd ed.). London: Academic Press.

Hosseinzadeh, M. M., & Consigli, G. (2017). *Optimal asset-liability management for defined benefit pension fund under stochastic correlation*. (Thesis of Doctor). Università Degli Studi di Bergamo, Bergamo, Itália.

Hurtado, N. H. (2008). *Análise de metodologias de gestão de ativos e passivos de planos de benefício definido em fundos de pensão: Uma abordagem financeiro-atuarial* (Tese de Doutorado). Universidade Federal do Rio de Janeiro - UFRJ, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

Kouwenberg, R. (2001). Scenario generation and stochastic programming models for asset liability management. *European Journal of Operational Research*, 134(2), 279-292. doi:10.1016/S0377-2217(00)00261-7

Krokhmal, P., Uryasev, T., & Palmquist, J. (2001). Portfolio optimization with conditional value-at-risk objective and constraints. *The Journal of Risk*, 4(2), 43-68. doi:10.21314/JOR.2002.057

Lauria, D., & Consigli, G. (2017). A defined benefit pension fund ALM model through multistage stochastic programming. *International Journal of Finance and Managerial Accounting*, 2(7), 1-10.

Leibowitz, M. L., Fabozzi, F. J., & Sharpe, W. F. (1992). *Investing: the collected works of Martin L. Leibowitz*. Chicago: Probus Publishing.

Minardi, A. M. A. F., Bortoluzzo, A., & Moreira, L. do A. (2017). Private equity and venture capital growth and performance in emerging markets. *SSRN Electronic Journal*, 1-21. doi:10.2139/ssrn.2894543

Minardi, A., & Moreira, L. do A. (2014). *Determinantes do retorno de private equity e venture capital no Brasil* (Trabalho de conclusão de curso). Instituto de Ensino e Pesquisa - INSPER, São Paulo, SP, Brasil.

Oliveira, A. D. de. (2018). *Essays on Multistage Stochastic Programming applied to Asset Liability Management* (Tese

de Doutorado). Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Porto Alegre, RS, Brasil.

Oliveira, A. D. de, Filomena, T. P., Perlin, M. S., Lejeune, M., & Macedo, G. R. de (2017). A multistage stochastic programming asset-liability management model: An application to the Brazilian pension fund industry. *Optimization and Engineering*, 18(2), 349-368. doi:10.1007/s11081-016-9316-3

Rao, H. V., Dutta, G., & Basu, S. (2018). New asset liability management model with decision support system for life insurance companies: Interface design issues for database and mathematical models. *International Journal of Revenue Management*, 10(3-4), 259-289. doi.: 10.1504/IJRM.2018.096319

Ribeiro, G. X. K. (2015). *Asset liability management em um plano aberto de previdência complementar tradicional* (Dissertação). Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada - IMPA. Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Recuperado de file:///C:/Users/Administrador/Desktop/2%20ano/1%20 semestre/Reconceitua%C3%A7%C3%A3o/documento.pdf

Resolução CMN nº3922, de 25 de novembro de 2010. Dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. Recuperado de <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/exibnormativo?tipo=Resolu%C3%A7%C3%A3o&numero=3922>

Resolução CMV nº4604, de 19 outubro de 2017. Altera a Resolução nº 3.922, de 25 de novembro de 2010, que dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios. Recuperado <https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/exibnormativo?tipo=Resolu%C3%A7%C3%A3o&numero=4604>

Resolução CMV nº4695, de 25 de novembro de 2018. Altera a Resolução nº 3.922, de 25 de novembro de 2010, que dispõe sobre as aplicações dos recursos dos regimes próprios de previdência social instituídos pela União, Estados, Distrito Federal e Municípios e a Resolução nº 4.661, de 25 de maio de 2018, que dispõe sobre as diretrizes de aplicação dos recursos garantidores dos planos administrados pelas entidades fechadas de previdência complementar. Recuperado de [http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/12/Resolucao-No-4695\\_2018.pdf](http://sa.previdencia.gov.br/site/2018/12/Resolucao-No-4695_2018.pdf)

Rockafellar, R. T., & Uryasev, S. (2000). Optimization of conditional value-at-risk. *The Journal of Risk*, 2(3), 21-41. doi:10.21314/JOR.2000.038

Ryan, R. J. (2013). The evolution of asset/liability management. *Research Foundation Literature Review*, 8(2) doi: 10.2470/rflr.v8.n2.1

Saad, N., & Ribeiro, C. O. (2004). Modelos determinísticos de gestão de ativo/passivo: uma aplicação no Brasil. *Revista Contabilidade & Finanças*, (34), 50-62. doi:10.1590/S1519-70772004000100004

Saad, N. S., & Ribeiro, C. de O. (2006). Um modelo de gestão de ativo/passivo: aplicação para fundos de benefício definido com ativos de fluxo incerto. *Revista Contabilidade & Finanças*, 17(spe2), 75-87. doi:10.1590/s1519-70772006000500006

Toukourou, Y. A. F., & Dufresne, F. (2018). On Integrated chance constraints in ALM for pensions funds. *ASTIN Bulletin*, 48(02), 571- 609. doi:10.1017/asb.2017.49

Valladão, D. M. (2008). *Alocação ótima e medida de risco de um ALM para fundo de pensão via programação estocástica multi-estágio e bootstrap* (Dissertação de Mestrado). Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro - PUC. Rio de Janeiro, RJ, Brasil. Recuperado de <https://www.maxwell.vrac.puc-rio.br/colecao.php?strSecao=resultado&nrSeq=12253@1>

Ziemba, W. T. (2003). *The stochastic programming approach to asset, liability, and wealth management*. United States: AIMR Publisher.

#### **Conflito de interesse:**

Os autores declaram não possuir conflitos de interesse.

#### **Copyrights:**

A RBGN detém os direitos autorais deste conteúdo publicado.

#### **Análise de plágio:**

A RBGN realiza análise de plágio em todos os seus artigos no momento da submissão e após a aprovação do manuscrito, por meio da ferramenta iThenticate.

#### **Autores:**

1. Alexandre Teixeira Damasceno, graduado em Ciências Atuariais, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.  
E-mail: aledamac@gmail.com
2. João Vinícius de França Carvalho, Doutor em Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, Brasil.  
E-mail: jvfcarvalho@usp.br

#### **Contribuição dos autores:**

**1º autor:** Definição do problema de pesquisa; Desenvolvimento das hipóteses ou questões de pesquisa (trabalhos empíricos); Fundamentação teórica/Revisão de literatura; Definição dos procedimentos metodológicos; Coleta de dados; Análise estatística; Análise e interpretação dos dados; Revisão crítica do manuscrito; Redação do manuscrito.

**2º autor:** Definição do problema de pesquisa; Desenvolvimento das hipóteses ou questões de pesquisa (trabalhos empíricos); Fundamentação teórica/Revisão de literatura; Definição dos procedimentos metodológicos; Coleta de dados; Análise estatística; Análise e interpretação dos dados; Revisão crítica do manuscrito; Redação do manuscrito.