



# Revisão de Carteiras Otimizadas: Estratégia para qualquer contexto

Raúl D. Navas<sup>1</sup>   
Sónia R. Bentes<sup>2</sup> 

## Resumo

**Objetivo:** Nossa pesquisa revisita o estudo “Carteiras otimizadas: estratégia para qualquer contexto”, no qual apoiamos o uso de carteiras diversificadas para minimizar riscos, considerando o princípio de Markowitz.

**Referencial teórico:** Reexaminamos os resultados de Navas et al. (2020). A ideia por trás disso é a teoria de Harry Markowitz (1959, 2010), considerado o fundador da teoria moderna de carteiras.

**Metodologia:** Foram elaborados seis modelos diferentes utilizando dados de 2000 a 2010 e um *solver* foi desenvolvido, para o qual o método GRG não linear para problemas de *solver* linear foi o processo de solução escolhido.

**Resultados:** O método GRG não linear é eficiente se considerarmos as maneiras de diminuir a volatilidade, uma vez que está inversamente correlacionado às previsões.

**Implicações práticas e sociais da pesquisa:** Para prever a constituição das carteiras, não foi considerada a queda do ouro e metais preciosos em 2013.

**Contribuições:** Carteiras robustas podem ser geradas quando o risco é minimizado e o retorno, maximizado.

**Palavras-chave:** TMC, Markowitz, formação de carteiras, índice de Sharpe, volatilidade.

## Recebimento:

05/11/2020

## Aprovação:

22/03/2021

## Editor responsável:

Prof. Dr. Jose Ruiz

## Processo de avaliação:

Double Blind Review

## Revisores:

Adriana Bruscatto Bortoluzzo; Viviana Fernandez



**Revista Brasileira de Gestão de Negócios**

<https://doi.org/10.7819/rbgn.v23i4.4134>

1. Instituto Politécnico de Lisboa (ISCAL), Lisboa, e Núcleo de Estudos em Ciências Empresariais (NECE-UBI), Covilhã, Portugal.

2. Instituto Politécnico de Lisboa (ISCAL) e Instituto Universitário de Lisboa (BRU-IUL), Lisboa, Portugal.

## Como citar:

Navas, R. D., Bentes, S. R. (2021). Revisão de carteiras otimizadas: estratégia para qualquer contexto. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 23(4), p.696-713.

## I Introdução

O conhecimento convencional e a gestão tradicional de carteiras nos deixam nas mãos de um modelo que continua indicando que não conseguirá sobreviver em tempos difíceis. Nesse contexto, começamos a explorar se podemos elaborar carteiras – distribuição de ativos – que possam ter um bom desempenho em qualquer cenário econômico futuro, como o de 2008 ou talvez da pandemia em 2020, em uma depressão ou uma recessão, quando ninguém sabe o que acontecerá em um, dois ou cinco anos, quanto mais nas próximas décadas.

Exploramos essa questão reexaminando os resultados de Navas, Bentes e Navas (2020), um dos estudos mais proeminentes da literatura. No último parágrafo, Navas propôs seis modelos diferentes que buscam otimizar retornos e reduzir o risco ao mesmo tempo. A ideia por trás disso é a teoria de Markowitz (1959, 2010), considerado o fundador da teoria moderna de carteiras. Essa teoria ilustra e sintetiza a ideia básica por trás do trabalho que lhe rendeu o Prêmio Nobel: os investimentos em carteira não devem ser vistos individualmente, mas coletivamente. Há uma troca entre risco e retorno; assim, a forma com que os investimentos se comportam juntos e como são diversificados determinarão o retorno (Robbins, 2014).

Tentamos mudar dois aspectos do último trabalho de Navas: i) pequenas mudanças na lista de ativos, inclusive ativos mais acessíveis e mais fáceis de obter de investidores do varejo. Uma das limitações do estudo, por exemplo, foi o fato de que o VIX (métrica usada para medir a volatilidade) não está devidamente refletido nos ETFs (fundos negociados em bolsa), que são mais baseados no curto ou médio prazo, ao contrário do VIX padrão. Esses foram considerados um “short” (venda a descoberto) em vez de um índice de volatilidade. A conversão EUR/USD foi removida, uma vez que não influencia as carteiras. Trabalhamos com apenas três classes de ativos: ações, títulos e commodities (especialmente metais); ii) Navas utiliza dados de duas décadas para incluir no *solver* (2000-2018) e propomos usar apenas a primeira década (2000-2010) e “prever” a segunda (2011-2020), observando os retornos anuais e a volatilidade. O objetivo aqui é verificar se estes são previsíveis, utilizando uma variedade de ativos para a carteira. Como não queremos contradizer a HME (hipótese de mercado eficiente), uma variedade de ativos é utilizada para formar as carteiras, alguns não correlacionados entre si, e não um único ativo.

Mesclamos uma ampla gama de carteiras de ações (principalmente índices de diferentes países e dos principais setores também), vários tipos de títulos (EUA, EUR, mercados emergentes e tesouro alemão e títulos privados) e várias commodities através de um *solver* para problemas de *solver* linear, utilizando o método GRG (gradiente reduzido generalizado) não linear. O intervalo de tempo utilizado para a previsão é de 2000 a 2010, a fim de capturar dois colapsos de mercado (2002 – tecnológico – e 2008 – crise financeira) e uma década forte em seguida – 2011-2020 (exceto o ano da pandemia, 2020) – que será o intervalo para as nossas previsões. Nossa principal pergunta investigativa é: é possível construir uma carteira ou várias carteiras que produzam resultados robustos em uma década ruim e, ao mesmo tempo, em uma década boa? Os resultados indicam que é certamente viável se a construção das carteiras levar em consideração a redução da volatilidade. Detectamos uma correlação negativa entre volatilidade e previsões, isso significa que quanto menos volatilidade houver na carteira, mais robustas serão as previsões.

A seção 2, revisão da literatura, discute a filosofia por trás da ideia deste estudo e as constatações empíricas de vários autores. A seção 3 apresenta seis modelos diferentes nos quais o *solver* é utilizado; a seção 4, faz uma análise preliminar da coleta de dados; a seção 5 apresenta os efeitos dos modelos e sugere várias carteiras a serem usadas; e a seção 6 traz a conclusão.

## 2 Revisão da literatura

No contexto de turbulência atual, a instabilidade dos mercados econômicos é aplicável porque influencia o dia a dia das pessoas físicas e jurídicas. Desde Markowitz (1959), trabalho precursor que é uma variável gigante, especialmente em estratégias de tomada de decisão sobre variáveis econômicas. Isso é mais óbvio durante os tempos de recessão, ou seja, os vividos em 2008, em relação aos (Soros, 2009) da Grande Depressão de 1929-1930, cujo motivo se deve em grande parte à perda de solidez do sistema econômico mundial (Bentes, 2011).

Seja qual for a perspectiva, no entanto, um fato é indiscutível: a instabilidade é cada vez mais frequente nesses tipos de mercados. Foram apontados vários motivos para que isso aconteça: o primeiro, e mais simples de todos, refere-se aos altos níveis de risco e incerteza registrados. O segundo é a crescente complexidade desse tipo de mercado, onde surgiram produtos cada vez mais sofisticados,

fundamentalmente baseados no desenvolvimento do mercado de derivativos (Bentes, 2011).

Além disso, há também o efeito da globalização, que amplia a amplitude das variações de preço de cada mercado em diversos mercados financeiros, dependendo do seu grau de integração. Por todos esses motivos, é importante analisar e modelar a volatilidade dos retornos dos ativos financeiros negociados nos mercados de ações, pois somente dessa forma o investidor terá as ferramentas necessárias para sua tomada de decisão (Bentes, 2011; Robbins, 2014; Soros, 2008).

Muitos capitalistas são ingênuos em suas crenças monetárias e não percebem ideias básicas que se assemelham a ações ou diversificação (Hirshleifer, 2015; Lusardi & Mitchell, 2011). Em seu trabalho, Graham (1949, citado em Graham et al., 2003), o pai do investimento de valor, propôs que a carteira equilibrada deve conter 50% em ações e 50% em títulos, e que um investidor inteligente pode, sob determinadas condições, possuir 100% em ações em sua carteira, desde que tenha um retorno positivo em tempos de crise. Ao dividir seu dinheiro em 50% em ações e 50% em títulos (ou alguma variação semelhante), muitos investidores tendem a pensar que diversificaram e reduziram seu risco. No entanto, após conferir seu trabalho em uma carteira eficiente, Markowitz (1959) concluiu que o que os investidores estão fazendo é assumir mais riscos do que imaginam, pois, consistentemente com Dalio, conforme citado em Markowitz (1959, 2010), e Robbins (2014), as ações também impõem três vezes mais riscos (ou seja, são mais voláteis) do que os títulos. Na verdade, com uma carteira 50/50, temos uma espécie de distribuição de risco em ações de 95%. À primeira vista, com 50% do valor em ações, parece estar relativamente equilibrado. No entanto, o risco seria em torno de 95%, dada à volatilidade da composição das ações. Dessa forma, se as ações afundarem, a carteira toda afundará, e o equilíbrio será perdido. Como esse conceito funciona na vida real? Entre 1973 e 2013, o S&P 500 perdeu nove vezes e os prejuízos acumulados totalizaram 134%. No mesmo período, os títulos (representados pelo Índice de Títulos Agregados da Barclays) perderam valor apenas três vezes e os prejuízos acumulados foram de 6%. Consequentemente, com uma carteira 50/50, o S&P 500 teria prejuízos de 95% (Navas et al., 2020).

Segundo Assaf (2009), o risco da carteira é menor do que o risco individual dos ativos porque há um elemento de correlação que minimiza esse risco, mesmo quando a correlação entre os ativos for muito próxima

de 1. Assim, por meio da diversificação, utilizando ativos com baixa correlação, se um ativo tiver um desempenho ruim ou mesmo negativo, ele será compensado pelo bom desempenho dos outros ativos (Markowitz, 1952, 1959, 2010; Navas et al., 2020; Robbins, 2014). Embora o risco de uma carteira dependa da forma como seus componentes se relacionam entre si, ele não pode ser eliminado, apenas reduzido, devendo se considerar se os custos para reduzir o risco valem a pena.

Silva, Carmona e Lagioia (2011) analisaram se há uma relação entre o risco de uma carteira considerada suficientemente diversificada no mercado de ações brasileiro e composta por empresas classificadas no IGC, em comparação com a carteira de mercado, utilizando o modelo de Markowitz (1952), e tentaram encontrar as carteiras de variação mínima, a fim de testar a hipótese de que há uma relação entre o risco dessas carteiras consideradas suficientemente diversificadas. Assim, os resultados indicaram que essas carteiras, compostas por ativos do IGC, são superiores à carteira de mercado, ou seja, através da teoria da diversificação, é possível obter uma relação inversa entre risco e boas práticas de governança corporativa. Além disso, a carteira selecionada do IGC de Silva et al. (2011) domina a carteira IGC e Ibovespa, respectivamente, utilizando o coeficiente de variação, ou seja, contém menor risco por cada retorno adicional.

Sanvicente e Bellato (2004), por exemplo, realizaram um estudo no qual buscaram determinar o número de ações necessárias para que a carteira fosse suficientemente diversificada no mercado de ações brasileiro, considerando os custos de operação existentes em um mercado de capitais imperfeito. Este estudo baseou-se na ideia de que a diversificação deve ser aplicada quando os benefícios marginais (redução de risco) excedem os custos marginais (custos da operação). Esses autores concluíram que o ideal seria uma pequena diversificação de carteira, sendo seis ações o limite de diversificação para o mercado de capitais brasileiro, devido à sensibilidade do número adequado de ações em relação aos custos da operação.

Ang, Hodrick, Xing e Zhang (2006, 2009) mostram que os altos retornos futuros das ações são gerados por empresas com coeficientes mais negativos sobre mudanças no risco agregado calculado pelo Índice de Volatilidade (VIX). Portanto, foram examinados também estudos sobre como a vulnerabilidade das empresas a diversos fatores de risco pode ser útil no processo de projeção de retornos. O VIX é utilizado porque é uma boa representação do

risco (sistêmico) total esperado da economia (Mikosz, Macedo & Roma 2020).

É nesse contexto que surge o modelo ARCH (q) proposto por Engle (1982), que tenta modelar a heteroscedasticidade condicionada demonstrada pela rentabilidade dos ativos financeiros.

Gabriel (2014), por exemplo, analisou o risco de mercado de uma carteira de investimento internacional por meio de uma nova proposta metodológica baseada no Valor em Risco (VaR), utilizando a matriz de covariância de modelos multivariados do tipo GARCH e a teoria dos valores extremos, para verificar se uma estratégia de diversificação internacional minimiza o risco de mercado, bem como se a metodologia VaR captura adequadamente esse mesmo risco, aplicando testes de validação de desempenho. Alguns autores que utilizam variantes GARCH (GARCH, E-GARCH, T-GARCH etc.) demonstraram que esses modelos explicaram variações de preços e sua volatilidade com base nas notícias (boas ou ruins) e seu impacto, e que estes podem ser usados para qualquer tipo de ativo (Aboura & Wagner, 2016; Bentes, Menezes & Ferreira, 2013; Brailsford & Faff, 1996; Navas, Bentes & Gama, 2018; Wu, Meng & Velazquez, 2015). Gabriel (2014) concluiu que o VaR é uma alternativa para acomodar a alta turbulência nos mercados e pode ser considerado como uma ferramenta válida na gestão de risco das carteiras de investimento.

A teoria dos valores extremos (TVE), baseada em estatísticas que lidam com desvios extremos da mediana da distribuição de probabilidades, é outro exemplo de modelo que pode ser eficaz em ambientes de alta volatilidade nos mercados (Assaf, 2009; Jesús-Gutiérrez & Santillán-Salgado, 2019; Marimoutou, Raggad & Trabelsi 2009; Mutu, Balogh & Moldávia, 2011; Zhao, Scarrott, Oxley & Reale, 2010). Ela busca avaliar, a partir de uma determinada amostra ordenada de uma determinada variável aleatória, a oportunidade de ocasiões que podem ser mais intensas do que qualquer outra observada anteriormente.

Lameira, Ness, Quelhas e Pereira (2013) estudaram, em nível de ações e após a aplicação de diversos métodos econométricos, as hipóteses de que as melhores práticas de sustentabilidade estão associadas a melhores desempenhos, valores mais elevados e riscos menores. Além disso, a sustentabilidade está associada ao valor diretamente e por meio de variáveis que intermediam o desempenho e o risco. Por fim, verificou-se que o valor de mercado, o grau de alavancagem operacional, o retorno sobre os ativos (ROA) e a volatilidade são possíveis determinantes

da qualidade das práticas de sustentabilidade das empresas (Lameira et al., 2013; Orlitzky, Schmidt & Rynes, 2003; Silva et al., 2011; Teixeira, Nossa & Funchal 2011).

Segundo Easley, Hvidkjaer e O'Hara (2002) e Lambert, Leuz e Verrecchia (2007), com base em modelos teóricos aplicados a ações, os valores a realizar representam uma medida de risco informacional. O risco de incerteza causado pelo volume desses valores afeta o custo de capital das empresas e a sua qualidade é um fator de risco precificável e desempenha um papel estatisticamente e economicamente significativo na determinação do custo de capital próprio de uma empresa (Martins, Monte & Machado, 2019; Piotroski & So, 2012; Piotroski, 2005, 2000; Richardson, Atum & Wysocki, 2010; Sloan, 1996).

Em relação às ações, segundo Mikosz et al. (2020), há alguns autores que construíram modelos que reduzem o risco de forma significativa (por exemplo, o modelo FO de Feltham & Ohlson, 1995, 1999) incorporando expectativas dinâmicas sobre o nível de risco sistêmico da economia. As ações com alta covariância negativa e mudanças no risco agregado da economia devem ter maior média de retorno (Ang et al., 2009). Muitos autores também defendem que o modelo de precificação de ativos financeiros (MPAF) e o modelo de três fatores de Fama e French (FF) produziram menos desvios de projeção, quando comparados a muitos outros (Fama, 1998, 1970; Mikosz et al., 2020).

Com base nesse contexto teórico e na teoria moderna de carteiras (TMC) de Markowitz (1952, 1959), apresentamos seis carteiras diferentes, visando um determinado risco, para proporcionar retorno máximo ao investidor.

### 3 Estrutura dos modelos

São propostos seis modelos de carteira: primeiro, um *solver* é utilizado quando o método de gradiente reduzido generalizado (GRG) não linear para problemas de *solver* linear for o processo de solução escolhido, da seguinte forma:

$$\max f(x) : h(x) = 0, L \leq x \leq U, \quad (1)$$

Em que  $h$  possui dimensão  $m$ . O método pressupõe a partição  $x=(v,w)$  de forma que:

- $v$  possui dimensão  $m$  (e  $w$  possui dimensão  $n-m$ );
- os valores de  $v$  estão estritamente dentro de seus limites:  $L_v < v < U_v$  (esta é uma suposição de não degeneração);

- $\nabla_v h(x)$  é não singular em  $x=(v,w)$ .  
 Como no caso linear, para qualquer  $w$  há um valor único,  $v(w)$ , de forma que  $h(v(w),w)=0$  (c.f., Teorema da Função Implícita), que sugere  $dv/dw=(\nabla_v h(x))^{-1} \nabla_w h(x)$ . A ideia é escolher a direção das variáveis independentes para ser o gradiente reduzido:  $\nabla_w(f(x)-y^T h(x))$ , em que  $y= dv/dw=(\nabla_v h(x))^{-1} \nabla_w h(x)$ . Em seguida, o tamanho da etapa é escolhido, e um procedimento de correção é aplicado para retornar à superfície,  $h(x)=0$ .

As principais etapas (com exceção do procedimento de correção) são as mesmas do processo de gradiente reduzido, ajustando-as conforme necessário.

A constituição das carteiras é baseada no *solver* e possui variação. As seis carteiras têm diferentes riscos e retornos, dependendo do perfil de cada investidor. Existem carteiras cautelosas e carteiras agressivas. A configuração do *solver* de cada carteira é mostrada acima.

Com relação às células variáveis, o percentual de ponderação da categoria de ativos é variável. Um ativo amplo é utilizado como índice de ações, títulos e commodities. As especificidades de cada família de ativos utilizados no modelo são mostradas na tabela abaixo. No total, são utilizados 32 ativos:

Em relação às restrições, a soma do percentual de cada ativo é igual a 1, ou 100%:

$$\sum x \text{ Assets}(a) = 1 \tag{2}$$

Em que  $x$  = coeficiente;  $a$  = cada tipo de ativo apresentado na Tabela 1 – Lista de ativos.

Obs.: É forçado a tornar variáveis não restritas em não negativas.

O período definido foi 2000 a 2010. Em seguida, projetamos resultados para o período entre 2011 e 2020. O modelo utiliza retornos passados (retornos mensais) para cada ativo e as carteiras são reequilibradas mensalmente com base na ponderação ideal de cada ativo. Baseia-se no retorno mensal, calculado da seguinte forma:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \tag{3}$$

Em que  $R_t$  = retornos mensais;  $P_t$  e  $P_{t-1}$  são os preços dos ativos nos momentos  $t$  e  $t-1$ , respectivamente.

Obs.: O custo da ponderação da carteira é ignorado neste estudo, uma vez que cada corretor possui comissões próprias.

Por fim, as especificações e objetivos de cada modelo são apresentados da seguinte forma:

### 3.1 Modelo 1: maximizar o índice de Sharpe

O objetivo deste modelo é maximizar o índice de Sharpe (SR). A divisão baseia-se no retorno médio anual e no desvio padrão, calculados da seguinte forma:

$$SR = \frac{i}{\sigma} \tag{4}$$

Tabela 1  
**Lista de ativos**

Índice de ações	Títulos	Commodities
SP 500	Tesouro EUA 20+y	Todas as commodities
Dow Jones 30	Tesouro EUA 7-10y	Metais preciosos físicos
Nasdaq 100	Tesouro EUR 20+y	Ouro
EUR Stoxx 600	Tesouro EUR 7-10y	Prata
Hang Seng (HK)	TIPS	Platina
Mercados emergentes	Títulos privados	Paládio
Mundo	BUND	Níquel
Setor: Imobiliário		
Setor: Consumo		
Setor: Saúde		
Setor: Comunicações		
Setor: Financeiro		
Setor: Industrial		
Setor: Semicondutores		
Setor: Energia		

Nota: SP = Standard & Poor's; EUA = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados emergentes.



Em que  $SR$  = Índice de Sharpe;  $i$  = retorno;  $\sigma$  = desvio padrão.

**Objetivo definido:** SR

**Para:** Máximo

### 3.2 Modelo 2: maximizar a taxa de retorno

Nesse modelo, o objetivo é obter o máximo de retorno ao investidor, ignorando a volatilidade, para que possamos argumentar que o Modelo 2 apresenta um risco maior em relação aos outros:

**Objetivo definido:** Taxa de retorno

**Para:** Máximo

### 3.3 Modelo 3: variação mínima

O modelo minimiza variações de retornos a fim de reduzir a volatilidade:

**Objetivo definido:** Var

**Para:** Mínimo

### 3.4 Modelo 4: maximizar a taxa e o índice de Sharpe

O objetivo desse modelo é obter algum retorno extra ao investidor. Pode gerar mais receita do que o Modelo 1, mas ainda apresenta problemas referentes à estabilidade, diminuindo um pouco a volatilidade da carteira:

**Objetivo definido:** Taxa de retorno

**Para:** Máximo

**Adicional sujeito a restrições:**  $SR \geq 1$

### 3.5 Modelo 5: maximizar o índice de Sharpe e o retorno

Nesse modelo, assim como no modelo anterior (modelo 4), o objetivo é obter algum retorno extra ao investidor, mas ainda com problemas referentes à estabilidade, diminuindo um pouco a volatilidade da carteira:

**Objetivo definido:** SR

**Para:** Máximo

**Adicional sujeito a restrições:** Taxa de retorno  $\geq 10\%$

### 3.6 Modelo 6: maximizar o retorno mínimo anual

O modelo “garante” um retorno mínimo anual. Pode gerar retornos positivos anualmente. Essencialmente, maximiza o mínimo:

**Objetivo definido:** Retorno mínimo de cada ano

**Para:** Máximo

A Tabela 2 resume as principais semelhanças e diferenças entre os modelos anteriores apresentados em Navas et al. (2020) e o modelo novo. As diferenças dependem dos modelos 3 e 5. Outros modelos mantêm semelhanças entre Navas et al. (2020) e o modelo revisado.

Tabela 2  
Semelhanças e diferenças entre os modelos

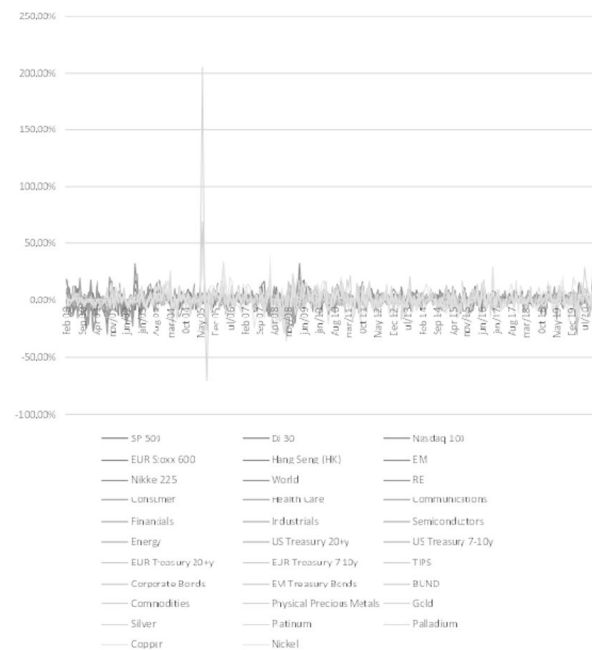
	Navas et al.(2020)	Revisado
Modelo 1	<b>Objetivo:</b> SR <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma	<b>Objetivo:</b> SR <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma
Modelo 2	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma
Modelo 3	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> $i_{2000-2010} = i_{2011-2018}; i_n > 0,5\%$	<b>Objetivo:</b> Var <b>Para:</b> Mín <b>Restrições:</b> Nenhuma
Modelo 4	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> $SR \geq 1$	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> $SR \geq 1$
Modelo 5	<b>Objetivo:</b> Retorno <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> $SR_{2000-2010} \geq 1; SR_{2011-2018} \geq 1$	<b>Objetivo:</b> SR <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Retorno $\geq 10\%$
Modelo 6	<b>Objetivo:</b> Retorno mínimo <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma	<b>Objetivo:</b> Retorno mínimo <b>Para:</b> Máx <b>Restrições:</b> Nenhuma

Nota: SR = Índice de Sharpe; Máx = Máximo; Mín = Mínimo;  $i$  = retorno do ano; Var = variação.

## 4 Análise preliminar de dados

Os dados sobre os preços ajustados ao mercado foram coletados do banco de dados do Yahoo Finance e Investing.com para todos os ativos entre 2000 e 2020. Dados mensais dos ativos informam o cálculo do retorno. A Figura 1 mostra as flutuações nos meses de retorno, ilustrando o comportamento sincronizado dos retornos em relação aos preços (Figura 1). A matriz de correlação e as estatísticas de colinearidade são mostradas na Tabela 3 e as estatísticas descritivas dos retornos mensais dos ativos, na Tabela 4.

Os *clusters* são óbvios: a volatilidade está presente ao longo do período. Observa-se, ainda, que os picos diferem no tempo e entre os próprios ativos, que são projetados de acordo com a proposta deste relatório. Em geral, os picos são mais evidentes para a Prata, especialmente em 2005, o que significa que este é um ativo com mais flutuações de preço (volatilidade). Em comparação a figura seguinte (Figura 2), observa-se o comportamento coordenado dos retornos em relação aos preços. Os picos são muito mais perceptíveis. Isso também proporciona uma boa visão dos *clusters* de volatilidade.



**Figura 1.** Retornos mensais dos 32 ativos.

*Nota:* SP = Standard & Poor's; US = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados emergentes.

Conforme mostrado, os mercados dos Estados Unidos têm alta correlação e colinearidade com o mercado europeu e todas as ações-setores, embora não haja correlação com o mercado, títulos e commodities chineses. Em relação aos títulos, há uma alta correlação e colinearidade entre si (exceto para os títulos do tesouro dos mercados emergentes), e nenhuma correlação com as commodities em geral, nem com os metais. Em geral, as commodities não estão correlacionadas entre si, nem com os metais. De acordo com a literatura, possuir ativos não correlacionados é adequado e recomendado para formar uma carteira, pois essa é a verdadeira diversificação e controle de risco.

Conforme mostrado na tabela acima, o desvio padrão apresenta valores mais elevados do que a média, o que significa que a volatilidade (incerteza) está presente para todas as formas de ativos. Além disso, a curtose apresenta um valor superior a 3 para o setor imobiliário (ações), de comunicações, serviços financeiros, títulos de longo prazo, TIPS, títulos privados, títulos do tesouro de mercados emergentes, metais preciosos físicos, níquel, paládio e cobre, e um valor excepcionalmente alto (acima de 73) para a prata. Isso pode significar que a distribuição de retornos mensais para esse tipo de ativo não é normal. A prata é o ativo mais



**Figura 2.** Retornos acumulados dos 32 ativos.

*Nota:* SP = Standard & Poor's; US = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados emergentes.





**Tabela 4**  
**Estatísticas descritivas de retornos mensais dos 32 ativos**

	Mean	Standard Error	Median	Standard Deviation	Sample Variance	Kurtosis	Skewness	Range	Minimum	Maximum	Sum
SP 500	0.0003	0.0041	0.0071	0.0473	0.0022	0.6914	-0.5352	0.2661	-0.1694	0.0967	0.0451
DJ 30	0.0015	0.0040	0.0033	0.0454	0.0021	0.6579	-0.4773	0.2467	-0.1406	0.1060	0.1929
Nasdaq 100	0.0000	0.0073	0.0061	0.0837	0.0070	0.6263	-0.3755	0.4593	-0.2640	0.1952	-0.0049
EUR Stoxx 600	-0.0009	0.0042	0.0061	0.0482	0.0023	0.7268	-0.5004	0.2761	-0.1413	0.1347	-0.1147
Hang Seng (HK)	0.0045	0.0058	0.0115	0.0661	0.0044	0.3295	-0.1153	0.3841	-0.1922	0.1919	0.5835
EM	0.0090	0.0063	0.0117	0.0726	0.0053	0.3361	-0.3060	0.4244	-0.2558	0.1686	1.1727
Nikkei 225	-0.0031	0.0052	0.0008	0.0594	0.0035	0.8577	-0.5361	0.3668	-0.2383	0.1285	-0.4095
World	0.0001	0.0039	0.0014	0.0448	0.0020	0.3141	-0.1693	0.2331	-0.1088	0.1242	0.0184
RE	0.0097	0.0060	0.0171	0.0688	0.0047	6.6365	-0.5928	0.6297	-0.3044	0.3254	1.2760
Consumer	0.0027	0.0045	0.0084	0.0510	0.0026	0.7649	-0.2965	0.3142	-0.1714	0.1428	0.3501
Health Care	0.0024	0.0035	0.0029	0.0399	0.0016	1.0390	-0.3985	0.2392	-0.1425	0.0967	0.3133
Communications	-0.0023	0.0061	0.0000	0.0703	0.0049	3.5146	0.2636	0.5208	-0.1972	0.3236	-0.3078
Financials	0.0018	0.0055	0.0046	0.0625	0.0039	3.0032	-0.6740	0.4454	-0.2276	0.2178	0.2328
Industrials	0.0038	0.0052	0.0105	0.0590	0.0035	1.4494	-0.3268	0.3942	-0.1995	0.1946	0.4989
Semiconductors	-0.0018	0.0093	0.0019	0.1068	0.0114	0.0213	-0.1841	0.5418	-0.3035	0.2384	-0.2356
Energy	0.0080	0.0062	0.0111	0.0709	0.0050	0.5578	-0.2602	0.4150	-0.2076	0.2074	1.0464
US Treasury 20+y	0.0080	0.0031	0.0112	0.0353	0.0012	3.4200	-0.0193	0.2672	-0.1249	0.1423	1.0458
US Treasury 7-10y	0.0057	0.0016	0.0074	0.0188	0.0004	1.8639	0.0153	0.1320	-0.0547	0.0773	0.7417
EUR Treasury 20+y	0.0060	0.0024	0.0090	0.0275	0.0008	2.3171	-0.2252	0.2063	-0.0995	0.1068	0.7845
EUR Treasury 7-10y	0.0042	0.0014	0.0056	0.0164	0.0003	1.0291	-0.3042	0.1039	-0.0547	0.0491	0.5541
TIPS	0.0055	0.0017	0.0065	0.0193	0.0004	4.1104	-0.7347	0.1461	-0.0811	0.0650	0.7182
Corporate Bonds	0.0044	0.0021	0.0045	0.0236	0.0006	9.5597	0.2851	0.2406	-0.1072	0.1333	0.5742
EM Treasury Bonds	0.0072	0.0034	0.0100	0.0388	0.0015	19.6210	-2.1106	0.4338	-0.2636	0.1702	0.9463
BUND	0.0030	0.0013	0.0049	0.0149	0.0002	-0.0486	0.2163	0.0745	-0.0267	0.0478	0.3881
Commodities	0.0068	0.0046	0.0078	0.0527	0.0028	2.0709	-0.5580	0.3611	-0.2233	0.1379	0.8846
Physical Precious Metals	0.0181	0.0075	0.0185	0.0856	0.0073	30.4260	3.6434	0.9515	-0.2542	0.6973	2.3696
Gold	0.0136	0.0042	0.0181	0.0486	0.0024	1.3551	-0.2263	0.3187	-0.1801	0.1387	1.7762
Silver	0.0272	0.0179	0.0055	0.2053	0.0421	73.8794	7.0660	2.7541	-0.7067	2.0474	3.5590
Platinum	0.0116	0.0051	0.0121	0.0584	0.0034	6.0441	-0.6938	0.5094	-0.2910	0.2184	1.5250
Palladium	0.0175	0.0075	0.0199	0.0861	0.0074	4.0739	0.1952	0.6967	-0.2955	0.4011	2.2883
Copper	0.0165	0.0075	0.0148	0.0859	0.0074	3.0882	-0.1068	0.7023	-0.3615	0.3408	2.1562
Nickel	0.0146	0.0085	0.0041	0.0976	0.0095	3.3822	0.4499	0.6928	-0.2361	0.4567	1.9069

Nota: SP = Standard & Poor's; US = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados emergentes.

volátil, uma vez que apresenta a faixa mais alta (acima de 2,75) quando comparada a outros ativos, bem como uma assimetria maior (superior a 7). Isso pode significar também que é mais difícil projetar o preço da prata.

## 5 Resultados

### 5.1 Modelos de método GRG não linear

Esta pesquisa utiliza métodos GRG não linear para problemas do *solver* linear. A Tabela 5 demonstra

os retornos de cada carteira (Modelo 1 – Modelo 6) e a Tabela 6, os ativos de cada carteira.

A taxa é o retorno anual da carteira e, como se pode ser visto, o melhor resultado, de 12,98% (todo o período, 2000-2020), pertence à carteira 2, o que é esperado porque estamos maximizando a métrica (taxa), embora seja menos consistente porque o índice de Sharpe fornece o menor valor em relação a outras carteiras, e aqui podemos concluir que a previsão (2011-2020) falhou porque a carteira 2 é a carteira mais volátil e,

Tabela 5  
Resultados dos seis modelos

<b>Painel A: Década 2000-2010, GRG não linear</b>						
	<b>Modelo 1</b>	<b>Modelo 2</b>	<b>Modelo 3</b>	<b>Modelo 4</b>	<b>Modelo 5</b>	<b>Modelo 6</b>
	<b>SR Máx</b>	<b>Retorno Máx</b>	<b>Var Mín</b>	<b>Retorno/SR Máx</b>	<b>SR/Retorno Máx</b>	<b>Máx mín</b>
2000	6,99%	-6,74%	8,66%	-6,37%	9,52%	8,50%
2001	5,81%	-4,99%	5,54%	1,34%	7,63%	5,98%
2002	8,01%	12,10%	8,29%	18,71%	13,76%	15,03%
2003	7,10%	29,89%	7,83%	21,99%	10,19%	13,75%
2004	7,15%	16,30%	7,50%	9,66%	10,41%	8,30%
2005	6,63%	87,74%	8,52%	57,34%	11,06%	13,88%
2006	6,12%	37,27%	5,65%	30,00%	9,72%	13,29%
2007	6,70%	4,10%	9,29%	20,90%	11,15%	19,07%
2008	5,36%	-37,39%	5,31%	-4,22%	7,22%	9,57%
2009	5,59%	91,77%	5,31%	33,70%	7,11%	5,98%
2010	7,27%	84,90%	10,46%	46,22%	12,43%	19,44%
Taxa	6,61%	22,03%	7,47%	19,32%	10,00%	11,98%
SR	8,56	0,54	4,39	1,00	4,96	2,64
<b>Painel B: 2011-2020</b>						
2011	10,10%	-6,58%	14,55%	19,54%	16,86%	25,83%
2012	9,80%	6,38%	8,45%	4,11%	10,45%	4,60%
2013	-3,45%	-19,61%	-5,49%	-32,01%	-9,61%	-16,43%
2014	16,51%	0,12%	15,47%	6,58%	23,17%	17,38%
2015	0,84%	-15,57%	0,45%	-3,68%	0,05%	-0,61%
2016	6,74%	23,48%	6,02%	14,77%	8,29%	7,56%
2017	0,53%	15,22%	3,48%	-2,07%	2,82%	5,25%
2018	0,54%	-1,70%	0,10%	-0,60%	0,92%	-0,20%
2019	12,25%	26,37%	14,27%	19,95%	18,18%	18,37%
2020	7,94%	27,71%	10,84%	19,63%	11,90%	14,53%
Taxa	5,86%	3,79%	6,44%	2,43%	7,64%	6,52%
SR	0,98	0,23	0,95	0,16	0,81	0,57
<b>Painel C: Todo o período 2000-2020</b>						
Taxa	6,25%	12,98%	6,98%	10,95%	8,87%	9,34%
SR	1,49	0,38	1,44	0,57	1,32	1,06
AVG	6,41%	17,66%	7,17%	13,12%	9,20%	9,96%
MED	6,74%	12,10%	7,83%	14,77%	10,19%	9,57%
MIN	-3,45%	-37,39%	-5,49%	-32,01%	-9,61%	-16,43%
MAX	16,51%	91,77%	15,47%	57,34%	23,17%	25,83%
(+)	20	14	20	15	20	18
(-)	1	7	1	6	1	3

Nota: SR = Índice de Sharpe; AVG = Retorno médio anual; MED = Retorno mediano anual; MIN = Retorno mínimo anual; MAX = Retorno máximo anual; (+) contagem dos anos positivos; (-) contagem dos anos negativos.

se na primeira década (2000-2010), mostra retorno de 22% ao ano (esperado pois estamos maximizando), na segunda década (2011-2020), esse retorno é de apenas 3,79%. Isso ocorre por duas razões: (i) há uma correlação negativa entre a volatilidade e as previsões; e (ii) é 100% constituído por metais, que sofreu uma queda em 2013. Em seguida, para melhorar as previsões, a faixa de períodos deve incluir esse período também para obter 3 tendências de baixa em ações (2000 e 2008), em títulos (2009 para

títulos do tesouro americano) e em commodities (pelo menos 2013).

Além disso, tivemos mais sorte nos modelos 1, 3, 5 e o modelo 6 não foi tão ruim, pois esses modelos de alguma forma minimizam a volatilidade e dessa forma, conforme a explicação, é mais fácil prever. Quanto ao Modelo 1, ele maximiza o índice de Sharpe e mantém um índice saudável na segunda década, muito próximo a 1 (0,98). Quanto aos ganhos, eles giram em torno de

Tabela 6  
Constituição dos seis modelos

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
	SR Máx	Retorno Máx	Var Mín	Retorno/SR Máx	SR/Retorno Máx	Máx mín
SP 500						
DJ 30						2%
Nasdaq 100			2%			
EUR Stoxx 600						
Hang Seng (HK)						
EM						
Nikkei 225						
Mundo						
RE					8%	
Consumo						
Saúde			4%			6%
Comunicações	4%		1%			
Financeiro						
Industrial						2%
Semicondutores						
Energia						2%
Tesouro EUA			13%		18%	38%
20+y						
Tesouro EUA	7%		11%			
7-10y						
Tesouro EUR	20%		11%		33%	
20+y						
Tesouro EUR	48%		10%		11%	
7-10y						
TIPS			9%			1%
Títulos Privados	4%		9%			
Títulos do	8%		5%		7%	
Tesouro – EM						
BUND			11%			
Commodities						
Metais Preciosos			3%			
Físicos						
Ouro	8%		7%	70%	20%	44%
Prata		43%		28%		
Platina			2%			
Paládio		30%				
Cobre		26%		3%	2%	2%
Níquel						

Nota: SP = Standard & Poor's; EUA = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados Emergentes.

6,41% ao ano. Observe que se trata de uma carteira segura e não agressiva, a primeira década mostra um retorno anual superior a 6% (6,61%) e a segunda década, próximo de 6% (5,86%). O pior ano foi 2013, representando o único ano com perda, inferior a três por cento e meio (-3,45%). 87% são constituídos por títulos (essencialmente títulos públicos), 8% em ouro (queda em 2013) e apenas 4% em ações (Tabela 6).

O Modelo 3 minimiza a variação anual e também reduz a volatilidade. Em termos de resultados, é semelhante ao Modelo 1, mas melhorado. Na segunda década, os retornos iniciais foram de aproximadamente 6,44% contra 5,86% (Modelo 1) e o índice de Sharpe foi próximo a 1 (0,95). 2013 é o único ano com retorno negativo, como ocorreu no Modelo 1 (-5,49%). Essa carteira estava constituída da seguinte forma: 80% em títulos (contra

87% do Modelo 1), 12% em metais preciosos (7% ouro contra 8% do Modelo 1) e 7% em ações (contra 4% do Modelo 1), conforme mostra a Tabela 6.

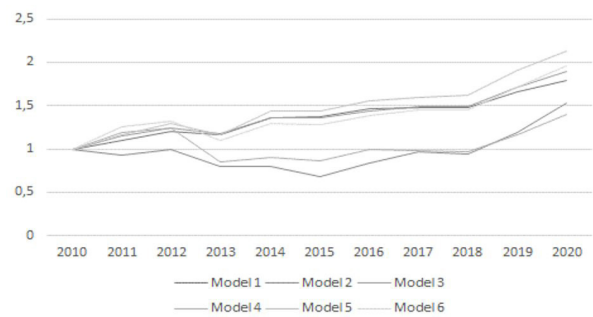
O Modelo 4 maximiza os retornos (primário) e o índice de Sharpe (secundário), mas se não for considerado o índice de Sharpe, os resultados são muito semelhantes ao Modelo 2. Esse modelo não poderia prever os retornos para a segunda década (índice de Sharpe perto de 0) e os motivos são os mesmos do Modelo 2 descritos no primeiro parágrafo (queda nos metais em 2013). O retorno anual ainda é positivo (2,43%) e, se ignorarmos o ano negativo, teríamos ganhado 8,69% ao ano. A Tabela 6 mostra a constituição desta carteira e podemos ver que, como no Modelo 2, essa carteira é constituída 100% de metais, com uma diferença: 70% em ouro (0% para Modelo 2).

O Modelo 5 é o inverso do Modelo 4: maximiza o índice de Sharpe (primário) e os retornos (secundário). Em termos de resultados, podemos dizer que este é o melhor, uma vez que é o modelo que apresenta o maior retorno (7,64% ao ano). Constituição: 8% em imóveis, 70% em títulos do tesouro (de vários países) e 22% em metais (20% em ouro).

Por fim, o Modelo 6 maximiza o retorno mínimo da primeira década, mas como 2013 foi um ano ruim para os metais, ele sofre uma perda de -16,43% nesse ano. Os metais tiveram uma década próspera entre 2000 e 2010, portanto, para esse período, o *solver* maximiza os mínimos, elevando o ouro (44%) e os títulos do tesouro americano de longo prazo (38%) na constituição da carteira. Ainda assim, prevê retornos futuros, proporcionando ao investidor mais de 6,5% de retorno anual na segunda década.

Já fizemos as conclusões no primeiro parágrafo, quando explicamos os resultados do Modelo 2, mas para resumir: para melhorar as previsões, a faixa dos períodos que servirão para fornecer uma amostra para o *solver* deve incluir períodos prósperos e “extremamente ruins” para todos os tipos de ativos, a fim de se obter 3 tendências de baixa em ações (2000 e 2008), em títulos (2009 para títulos do tesouro americano, quando o mercado de ações começou a se recuperar da queda) e em commodities (pelo menos 2013). E, mais uma vez, a volatilidade está negativamente correlacionada com as previsões e com os retornos, o que está de acordo com a literatura.

A Figura 3 representa um gráfico com retornos acumulados dos 6 modelos referentes ao período de previsão, a segunda década (2010-2020). Todos os modelos terminam com retornos positivos, especialmente



**Figura 3.** Desempenho das carteiras: retornos acumulados entre 2010 e 2020.

o Modelo 5, que supera o dobro. O Modelo 5 duplicaria o valor investido em 9 anos. Além disso, todos os modelos proporcionariam retorno positivo no ano da pandemia.

Como pode ser visto, a tendência é clara. O Modelo 5 apresenta a maior tendência positiva, seguido do Modelo 6 (quase o dobro do investimento), do Modelo 3 e do Modelo 1. Os Modelos 2 e 4 são os mais voláteis, mas ainda assim geram retorno.

Conforme mostrado na Tabela 7, o Modelo 1 correlaciona-se com os Modelos 5, 3 e 6, respectivamente. O Modelo 2 correlaciona-se com o Modelo 4, o que era esperado com base em análise prévia. O Modelo 3 correlaciona-se com os Modelos 5 e 6, respectivamente, e possui uma correlação fraca com o Modelo 4. O Modelo 4 possui uma correlação fraca com os Modelos 5 e 6. E o Modelo 5 correlaciona-se com o Modelo 6.

Como concluímos que há uma correlação negativa entre volatilidade e previsão (modelos com menor variação/volatilidade mostraram resultados melhores), decidimos ir mais longe em nossa investigação e realizamos uma regressão linear envolvendo retornos correntes, retornos futuros e a volatilidade (usamos o desvio padrão para esse fim). Ou seja, os retornos são a variável dependente e o desvio padrão, a variável independente. Comparamos dois períodos: o período todo de 2000 a 2020 e o período de previsão (2011-2020) separados. Os resultados são mostrados e explicados na Tabela 8.

Conforme mostrado, primeiramente, o desvio padrão é sempre estatisticamente relevante, mas os sinais se invertem no período de previsão, de positivo para negativo. A explicação para esse fenômeno é, na verdade, muito simples: para o período todo, o desvio padrão tem um sinal positivo, ou seja, um aumento de uma

Tabela 7  
Matriz de correlação das carteiras

	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6
Modelo 1	1					
Modelo 2	0,17	1				
Modelo 3	0,94	0,24	1			
Modelo 4	0,43	0,85	0,53	1		
Modelo 5	0,97	0,24	0,97	0,55	1	
Modelo 6	0,77	0,31	0,91	0,69	0,89	1

Tabela 8  
Regressão linear: retorno x desvio padrão

Variável	Todo o período	Previsão
	2000-2020	2011-2020
	Coef.	Coef.
StdDev	0,335**	-0,337*
t-estatístico	2,57	-2,17
Interceptação	0,054**	0,091***
t-estatístico	2,68	5,08
N# obs.	12	6
R <sup>2</sup> Ajustado	0,337	0,425

Nota: StdDev = Desvio padrão; N# obs. = Número de observações.\*\*\*, \*\* e \* indicam os estatisticamente relevantes nos níveis de 1%, 5% e 10%, respectivamente.

unidade em StdDev, e os preços sobem 33,5%, e sabemos que quanto mais agressivo for o ativo ou investimento, maior será o retorno ao investidor. Mas esses ativos são mais sensíveis a flutuações e notícias, portanto, é mais difícil prever retornos futuros (coeficiente negativo no período previsto de 2011 a 2020). Em geral, as ações são mais voláteis e são investimentos mais agressivos do que os títulos (tesouro/títulos públicos), mas podem gerar retornos melhores no longo prazo.

## 5.2 Comparação com carteiras de autores “clássicos”

Neste subcapítulo, comparamos a constituição e os retornos dos investimentos de alguns investidores famosos como Benjamin Graham (50% em Ações / 50% em Títulos do Tesouro), David Swensen [50% em Ações (dividido em 30% / 15% / 5%), 15% em Títulos do Tesouro, 15% em TIPS, 20% em Ativos Reais], Ray Dalio [30% em Ações, 55% em Títulos do Tesouro (dividido em 40% / 15%), 7,5% em Ouro,

7,5% em Commodities], o jovem investidor brasileiro bem-sucedido Thiago Nigro [50% em Ações (dividido em 25% / 25%), 25% em Títulos do Tesouro, 25% em Ativos Reais] e um que chamamos de “nosso”, ou seja, a nossa carteira feita com base nesses autores/investidores e que tem como objetivo crescer e preservar capital (25% em Ações, 25% em Títulos do Tesouro americano, 25% em Títulos do Tesouro europeu, 25% em Metais Preciosos Físicos). Obs.: David Swensen e Thiago Nigro investem também em Imóveis, então vamos considerar esse ponto. Alguns autores usam o S&P 500 quando generalizam as Ações, mas usamos o setor de consumo para melhorar os resultados e a estabilidade em termos de retorno, sendo que estes ainda assim estão muito correlacionados.

A Tabela 9 mostra a constituição das seis carteiras feitas com base nos autores citados e a Tabela 10 mostra o retorno dessas carteiras. Todos os modelos apresentam excelentes valores em termos de retorno e índice de Sharpe.

Tabela 9  
Constituição das carteiras de investidores famosos

	Benjamin Graham	David Swensen	David Swensen	Ray Dalio	Thiago Nigro	Nossa
	50/50	(por país)	(por setor)			Crescimento e preservação
SP 500		30%				
DJ 30						
Nasdaq 100						
EUR Stoxx 600		15%				
Hang Seng (HK)						
EM		5%				
Nikkei 225						
Mundo						
RE			5%		25%	
Consumo	50%		30%	30%	25%	25%
Saúde			15%			
Comunicações						
Financeiro						
Industrial						
Semicondutores						
Energia						
Tesouro EUA 20+y	50%	15%	15%	40%	25%	25%
Tesouro EUA 7-10y						
Tesouro EUR 20+y			15%	15%		25%
Tesouro EUR 7-10y						
TIPS		15%				
Títulos Privados						
Metais preciosos físicos		20%	20%	7,5%	25%	25%
Ouro				7,5%		
Prata						
Platina						
Paládio						
Cobre						
Níquel						

Nota: SP = Standard & Poor's; EUA = Estados Unidos da América; TIPS = Títulos do tesouro protegidos contra a inflação; EM = Mercados emergentes.

Tabela 10  
Resultados de modelos generalizados usados por investidores “clássicos”

Painel A: Década 2000-2010, GRG não linear						
	Benjamin Graham	David Swensen	David Swensen	Ray Dalio	Thiago Nigro	Nossa
	50/50	(por país)	(por setor)			Crescimento e preservação
2000	9,29%	1,42%	5,23%	8,92%	5,35%	5,74%
2001	9,08%	-3,00%	3,18%	9,12%	7,49%	7,53%
2002	-3,06%	-6,08%	-1,69%	4,74%	3,63%	6,05%

Nota: SR = Índice de Sharpe; ER = Retorno excedente (comparado ao benchmark); AVG = Retorno médio anual; MED = Retorno mediano anual; MIN = Retorno mínimo anual; MAX = Retorno máximo anual; (+) contagem dos anos positivos; (-) contagem dos anos negativos. As células cinza representam o melhor resultado em comparação com outras carteiras.

Tabela 10  
Continuação...

Painel A: Década 2000-2010, GRG não linear						
	Benjamin Graham	David Swensen	David Swensen	Ray Dalio	Thiago Nigro	Nossa
	50/50	(por país)	(por setor)			Crescimento e preservação
2003	16,37%	17,11%	18,99%	13,38%	22,74%	14,12%
2004	10,08%	9,73%	10,09%	9,45%	14,74%	9,47%
2005	3,51%	23,65%	19,37%	11,68%	23,59%	23,65%
2006	8,38%	15,17%	14,84%	9,46%	20,96%	12,50%
2007	2,35%	9,06%	3,85%	7,23%	0,26%	7,37%
2008	-5,60%	-21,22%	-12,96%	1,55%	-16,04%	-2,48%
2009	2,61%	20,53%	18,56%	3,86%	21,55%	11,17%
2010	15,85%	19,59%	21,44%	17,08%	28,58%	21,88%
Taxa	6,05%	6,95%	8,67%	8,69%	11,31%	10,41%
SR	0,90	0,53	0,84	2,06	0,89	1,47
Painel B: 2011-2020						
2011	17,95%	5,70%	11,31%	18,94%	11,88%	14,39%
2012	11,50%	9,78%	13,11%	10,25%	11,58%	11,07%
2013	7,99%	0,66%	5,11%	-1,48%	-3,17%	-3,48%
2014	21,98%	10,04%	22,98%	22,81%	19,96%	22,18%
2015	9,28%	-1,64%	6,65%	4,92%	2,69%	2,61%
2016	4,81%	7,70%	7,03%	6,89%	8,46%	9,28%
2017	8,38%	10,71%	5,26%	5,67%	7,04%	4,11%
2018	-2,64%	-4,31%	0,80%	-0,37%	-1,04%	1,08%
2019	20,61%	22,95%	24,33%	20,79%	24,55%	22,87%
2020	22,88%	13,67%	16,40%	20,16%	14,28%	19,16%
Taxa	11,92%	7,16%	10,86%	10,30%	9,20%	9,72%
SR	1,50	0,95	1,45	1,19	1,11	1,11
Painel C: Todo o período 2000 - 2020						
Taxa	8,80%	7,05%	9,71%	9,45%	10,30%	10,08%
SR	1,11	0,65	1,07	1,39	0,95	1,27
AVG	9,12%	7,68%	10,18%	9,76%	10,91%	10,49%
MED	9,08%	9,73%	10,09%	9,12%	11,58%	9,47%
MIN	-5,60%	-21,22%	-12,96%	-1,48%	-16,04%	-3,48%
MAX	22,88%	23,65%	24,33%	22,81%	28,58%	23,65%
(+)	18	16	19	19	18	19
(-)	3	5	2	2	3	2

Nota: SR = Índice de Sharpe; ER = Retorno excedente (comparado ao benchmark); AVG = Retorno médio anual; MED = Retorno mediano anual; MIN = Retorno mínimo anual; MAX = Retorno máximo anual; (+) contagem dos anos positivos; (-) contagem dos anos negativos. As células cinza representam o melhor resultado em comparação com outras carteiras.

## 6 Conclusões

Nosso estudo mostra que carteiras robustas podem ser geradas quando o risco é minimizado e o retorno, maximizado. A teoria por trás do nosso estudo é a de Markowitz (1959), que enfoca a “fronteira eficiente do investimento ideal” e ao mesmo tempo recomenda uma carteira diversificada para minimizar os riscos. Por essa

razão, foram propostos seis modelos de carteira formados por um solver, sendo o método de solução selecionado o GRG não linear para problemas de *solver* linear. Em seguida, testamos 10 anos à frente para verificar se os retornos permaneceram semelhantes de alguma forma aos últimos 10 anos (período para o qual o *solver* foi usado).

Em relação ao período projetado, os resultados mostram que o método GRG não linear é eficiente,

proporcionando retornos positivos para todos os seis modelos, especialmente para aqueles com baixa volatilidade. É possível observar que a projeção está inversamente correlacionada à volatilidade.

Projetamos modelos para investidores conservadores, moderados e agressivos. Para um investidor cauteloso, a carteira 1 é ideal, estando à frente das carteiras 3 e 5. A carteira 1 apresenta um índice de Sharpe sólido, com volatilidade muito baixa, mas com retornos menores em relação às carteiras 3, 5 e 6. A carteira 5 apresenta alto desempenho (7,64% ao ano para o período projetado).

Fomos além em nossa pesquisa e aproveitamos o banco de dados para simular carteiras feitas com base em investidores “clássicos” encontrados na literatura, como Graham, David, Swensen, Ray e Dalio, bem como o investidor moderno Thiago Nigro, e propusemos uma nova carteira baseada em uma distribuição uniforme. Ao simularmos para um período de 21 anos (2000 a 2020), o melhor retorno foi para Thiago Nigro (10,30% ao ano), mas em termos de índice de Sharpe, Ray Dalio está acima com 1,39.

Nossa contribuição com este estudo é oferecer uma ampla variedade de carteiras que possam ser facilmente utilizadas por investidores institucionais e privados, considerando que existem vários ETFs ou fundos no mercado atual; é simples para que todos possam usar em um único modelo. Foi demonstrado ainda que é possível projetar carteiras muito eficientes, aumentar os retornos e, em tempo constante, reduzir o risco. Os resultados foram implementados com base na TMC de Markowitz (1959, 2010).

A limitação do estudo é o fato de que os dados utilizados para prever a constituição das carteiras não levaram em consideração a queda do ouro e metais preciosos em 2013. Os dados ideais devem incluir anos com normalidade em todos os ativos (verificados), períodos excelentes para todos os tipos de ativos (verificados) e tendência de baixa/queda para todos os tipos de ativos (verificada para ações e títulos, não verificada para metais preciosos – fator importante deste estudo).

Para pesquisas futuras, seria interessante adicionar na seção sobre ações alguns sistemas diferentes de *stock picking* (seleção de ações), em vez de utilizar apenas índices, e refazer o *solver*.

## Agradecimentos

As opiniões expressas neste artigo são de responsabilidade dos autores e não representam necessariamente as opiniões das instituições às quais são afiliados. Os autores agradecem à investigação e ao apoio financeiro da FCT (NECE: UID/GES/04630/2019). Agradecemos o apoio financeiro da FCT, I.P., agência nacional portuguesa de financiamento da ciência, investigação e tecnologia, no âmbito do Projeto UIDB/04521/2020 e da BRU - Business Research Unit (IBS, Lisboa, Portugal) e do Instituto Politécnico de Lisboa no âmbito dos projetos IPL/2020/FIN/ISCAL.

## Referências

- ABOURA, S., & WAGNER, N. (2016). Extreme asymmetric volatility: Stress and aggregate asset prices. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 41, 47-59.
- ANG, A., HODRICK, R. J., XING, Y., & ZHANG, X. (2006). The cross-section of volatility and expected returns. *Journal of Finance*, 61(1), 259-299.
- ANG, A., HODRICK, R. J., XING, Y., & ZHANG, X. (2009). High idiosyncratic volatility and low returns: International and further U.S. evidence. *Journal of Financial Economics*, 91(1), 1-23.
- ASSAF, A. Neto. (2009). Extreme observations and risk assessment in the equity markets of MENA region: Tail measures and Value-at-Risk. *International Review of Financial Analysis*, 18(3), 109-116.
- BENTES, S. M. (2011). *Sobre a medição da volatilidade nos mercados bolsistas internacionais: Evidência dos países do G7*. São Paulo: Colibri.
- BENTES, S. R., MENEZES, R., & FERREIRA, N. (2013). On the asymmetric behaviour of stock market volatility: Evidence from three countries. *International Journal of Academic Research*, 5(4), 24-32.
- BRAILSFORD, T., & FAFF, R. (1996). An evaluation of volatility forecasting techniques. *Journal of Banking and Finance*, 20(3), 419-438.
- EASLEY, D., HVIDKJAER, S., & O'HARA, M. (2002). Is information risk a determinant of asset returns? *The journal of finance*, 57(5), 2185-2221.



- ENGLE, R. F. (1982). autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. *Econometrica*, 50(4), 987–1007.
- FAMA, E. F. (1970). Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25(2), 383-417.
- FAMA, E. F. (1998). Market efficiency, long-term returns, and behavioural finance. *Journal of Financial Economics*, 49(2), 283-306.
- FELTHAM, G. A., & OHLSON, J. A. (1995). Valuation and clean surplus accounting for operating and financial activities. *Contemporary Accounting Research*, 11(2), 689-731.
- FELTHAM, G. A., & OHLSON, J. A. (1999). Residual earnings valuation with risk and stochastic interest rates. *The Accounting Review*, 74(2), 165–183.
- FRANCIS, J., LAFOND, R., OLSSON, P., & SCHIPPER, K. (2005). The market pricing of accruals quality. *Journal of accounting and economics*, 39(2), 295-327.
- GABRIEL, V. M. S. (2014). Multivariate models to forecast portfolio value at risk: From the dot-com crisis to the global financial crisis. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 16(51), 299-318.
- GRAHAM, B. (2003). *The intelligent investor: The definitive book on value investing*. London: Paperback.
- HIRSHLEIFER, D. (2015). Behavioral finance. *Annual Review of Financial Economics* 7, 133-159.
- JESÚS-GUTIÉRREZ, R., & SANTILLÁN-SALGADO, R. J. (2019). Conditional extreme values theory and tail-related risk measures: Evidence from Latin American stock markets. *International Journal of Economics and Financial Issues*, 9(3), 127-141.
- LAMBERT, R., LEUZ, C., & VERRECCHIA, R. E. (2007). Accounting information, disclosure, and the cost of capital. *Journal of accounting research*, 45(2), 385-420.
- LAMEIRA, V. J., NESS, W. L., Jr., QUELHAS, O. L., & PEREIRA, R. G. (2013). Sustentabilidade, valor, desempenho e risco no mercado de capitais brasileiro. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 15(46), 76-90.
- LUSARDI, A., & MITCHELL, O. (2011). Financial literacy around the world: An overview. *Journal of Pension Economics & Finance*, 10(4), 497–508.
- MARIMOUTOU, V., RAGGAD, B., & TRABELSI, A. (2009). Extreme value theory and value at risk: Application to oil market. *Energy Economics*, 31(4), 519-530.
- MARKOWITZ, H. M. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- MARKOWITZ, H. M. (1959). *Portfolio selection: Efficient diversification of investments*. New York: Wiley. Ness, Quelhas, Pereira
- MARKOWITZ, H. M. (2010). Portfolio theory: As I still see it. *Annual Review of Financial Economics*, 2, 1-23.
- MARTINS, V. G., MONTE, P. A., & MACHADO, M. A. (2019). Analysis of risk and mispricing hypotheses of accruals: Evidence from Brazil. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 21(1), 169-186.
- MIKOSZ, K. D., MACEDO, M. R., & ROMA, C. M. (2020). Expected return, firm fundamentals, and aggregate systemic risk: An analysis for the Brazilian market using an accounting-based valuation model. *Revista Brasileira de Gestão de Negócios*, 22(2), 271-289.
- MUTU, S., BALOGH, P., & MOLDOVAN, D. (2011). The efficiency of value at risk models on central and Eastern European stock markets. *International Journal of Mathematics and Computers in Simulation*, 2(5), 110-117.
- NAVAS, R. D., BENTES, S. R., & GAMA, A. P. M. (2018). Is the European stock market asymmetric? Evidence from the Euronext 100 returns. Postgraduate Conference, Faro, Portugal, 9.
- NAVAS, R. D., BENTES, S. R., & NAVAS, H. V. (December 12th, 2020). *Optimized portfolios: All seasons strategy*. doi: 10.5772/intechopen.95122. Retrieved from: <https://www.intechopen.com/books/quality-control-intelligent-manufacturing-robust-design-and-charts/optimized-portfolios-all-seasons-strategy>
- ORLITZKY, M., SCHMIDT, F., & RYNES, S. (2003). Corporate social and financial performance: a meta-analysis. *Organization Studies*, 24(3), 403-441.
- PIOTROSKI, J. (2000). Value investing: The use of historical financial statement information to separate winners from losers. *Journal of Accounting Research*, 38, 1-41.
- PIOTROSKI, J. (2005). Discussion of “separating winners from losers among low book-to-market stocks using financial statement analysis”. *Review of Accounting Studies*, 10(2/3), 171-184.
- PIOTROSKI, J., & SO, E. C. (2012). Identifying expectation errors in value/glamour strategies: A fundamental analysis approach. *Review of Financial Studies*, 25(9), 2841-2875.

RICHARDSON, S., TUNA, I., & WYSOCKI, P. (2010). Accounting anomalies and fundamental analysis: A review of recent research advances. *Journal of Accounting & Economics*, 50, (2-3), 410-454.

ROBBINS, T. (2014). *Money: Master the game*. New York: Simon & Schuster LTD.

SANVICENTE, A. Z., & BELLATO, L. L. (2004). Determinação do grau necessário de diversificação de uma carteira de ações no mercado de capitais brasileiro. Seminários em Administração - SEMEAD, SP, São Paulo, 7. Retrieved from <https://repositorio.usp.br/item/001401678>

SILVA, R. F., CARMONA, C. U., & LAGIOIA, U. C. (2011). A Relação entre o risco e as práticas de governança corporativa diferenciada no mercado brasileiro de ações: Uma abordagem sob a égide da teoria dos portfólios de Markowitz. *Revista Brasileira De Gestão De Negócios*, 13(39), 175-192.

SLOAN, R. (1996). Do stock prices fully reflect information in accruals and cash flows about future earnings? *The Accounting Review*, 71(3), 289-315.

SOROS, G. (2009). *O Novo paradigma dos mercados financeiros*. Coimbra: Edições Almedina, SA.

TEIXEIRA, E. A., NOSSA, V., & FUNCHAL, B. (2011). O índice de sustentabilidade empresarial (ISE) e os impactos no endividamento e na percepção de risco. *Revista de Contabilidade & Finanças*, 22(55), 29-44.

WU, L., MENG, Q., & VELAZQUEZ, J. (2015). The role of multivariate skew-Student density in the estimation of stock market crashes. *The European Journal of Finance*, 21(13-14), 1144-1160.

ZHAO, X., SCARROTT, C., OXLEY, L., & REALE, M. (2010). Extreme value modelling for forecasting market crisis impacts. *Applied Financial Economics*, 20(1-2), 63-72.

#### **Agências de fomento:**

Não há agências de financiamento para informar.

#### **Conflito de interesse:**

Os autores não possuem conflito de interesse a declarar.

#### **Copyright:**

A RBGN detém os direitos autorais deste conteúdo publicado.

#### **Análise de plágio:**

A RBGN realiza análise de plágio em todos os seus artigos no momento da submissão e após a aprovação do manuscrito por meio da ferramenta iThenticate.

#### **Autores:**

1. Raúl D. Navas, Instituto Politécnico de Lisboa (ISCAL), Lisboa, e Núcleo de Estudos em Ciências Empresariais (NECE-UBI), Covilhã, Portugal

E-mail: [rdnavas@iscal.ipl.pt](mailto:rdnavas@iscal.ipl.pt)

2. Sónia R. Bentes, Instituto Politécnico de Lisboa (ISCAL) e Instituto Universitário de Lisboa (BRU-IUL), Lisboa, Portugal.

E-mail: [smbentes@iscal.ipl.pt](mailto:smbentes@iscal.ipl.pt)

#### **Contribuições dos autores:**

**1º autor:** Definição do problema de pesquisa; Desenvolvimento de hipóteses ou questões da pesquisa (estudos empíricos); Desenvolvimento de proposições teóricas (trabalho teórico); Definição de procedimentos metodológicos; Coleta de dados; Revisão da literatura; Análise estatística; Análise e interpretação de dados; Revisão crítica do manuscrito; Redação do manuscrito.

**2º autor:** Definição do problema de pesquisa; Desenvolvimento de hipóteses ou questões da pesquisa (estudos empíricos); Desenvolvimento de proposições teóricas (trabalho teórico); Definição de procedimentos metodológicos; Coleta de dados; Revisão da literatura; Análise estatística; Análise e interpretação de dados; Revisão crítica do manuscrito; Redação do manuscrito.